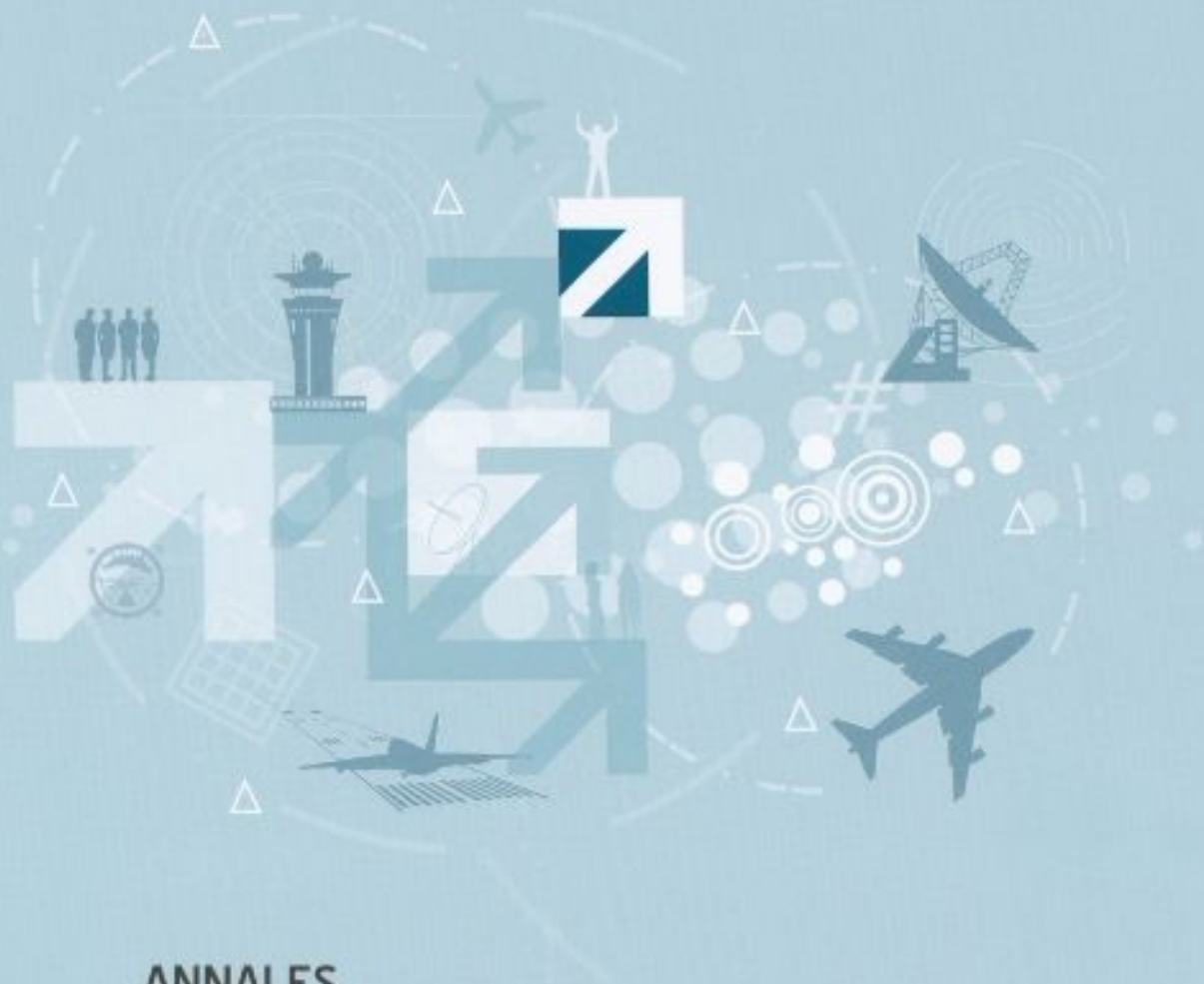


2013



ANNALES
Concours pour le recrutement d'Ingénieurs
du Contrôle de la Navigation Aérienne

SESSION 2013



La référence aéronautique

www.enac.fr →

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Session 2013

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



Épreuve obligatoire de
FRANÇAIS

Durée : 4 heures

Coefficient : 2



Ce sujet comporte :

1 page de garde

3 pages d'instructions et de texte recto/verso

**L'USAGE DE CALCULATRICES, DE TELEPHONES PORTABLES
OU DE DOCUMENTS PERSONNELS N'EST PAS AUTORISE**

Nos enfants nous haïront

Denis Jeambar Jacqueline Remy

Editions du Seuil(2006) pages 229-234

1) Résumé (8 points)

Vous résumerez ce texte en 245 mots avec une marge de tolérance de 10 mots (235-255).

Vous indiquerez le nombre de mots à la fin du résumé.

(Au sens où l'entendent les typographes, par exemple : « il n'est pas », « c'est-à-dire », « le plus grand » comptent respectivement pour 4, 4, 3 mots)

Un résumé n'est ni une analyse, ni une note de synthèse : il adopte intégralement le système énonciatif du texte et autant que possible en garde les modalités et les tonalités. Faut-il le rappeler ? Toutes les formules du type « l'auteur dit que », « il montre que », « dans ce texte » sont à proscrire dans cet exercice. Le candidat prend à son compte le propos du texte comme si c'était le sien.

2) Développement argumenté (12 points)

Les auteurs soulignent que « nous ne doutons pas de nos idéaux, même si plus personne ne les applique. »

Vous analyserez et discuterez cette citation.

Un bon développement argumenté est composé d'une introduction, de parties distinctes, d'une conclusion ; il doit présenter des arguments accompagnés d'exemples précis et pertinents. La correction de la langue, le respect de l'orthographe, de la ponctuation, de l'accentuation, la qualité de la mise en page, la lisibilité de l'écriture seront pris en compte pour l'évaluation des devoirs.

Bref plaidoyer pour le futur

Nous courons, nous vibrons, nous jouissons et pourtant nous sommes immobiles. La France du troisième millénaire vit à la fois dans l'insouciance et la peur.

Qui oserait dire que ce pays n'est pas riche ? N'est-il pas l'une des toutes premières puissances mondiales alors qu'il ne rassemble qu'un petit pour cent de la population de la planète ? Extraordinaire performance, en effet, dont on peut se griser et qui condamne le diagnostic sombre des déclinologues. Existe-t-il une capitale aussi séduisante et belle que Paris, capable d'ouvrir ou de rénover dans la seule année 2006 plusieurs musées- les Arts Premiers, les Arts Modernes, l'Orangerie, le Petit Palais- autant d'événements culturels qui soulèvent l'admiration de la terre entière? Et que dire de la qualité de nos TGV, de notre réseau routier et de bon nombre de nos services publics que nous envient à juste titre nos voisins ? Heureux comme Dieu en France.

Et pourtant cette nation a perdu son harmonie et sa confiance en elle-même. Elle se bat, certes, mais on la sent craintive, frileuse, inquiète de ce monde qui s'organise autour d'elle et dont elle n'est plus le phare. Elle comprend confusément, qu'on l'admire pour ce qu'elle a été, mais qu'on ne l'écoute plus quand elle parle du futur. Elle perçoit le déclassement qui la guette. Sur les rayonnages de la bibliothèque mondiale, son livre d'heures est beaucoup consulté, mais pour ce qu'il dit du passé. L'avenir n'est plus écrit dans son histoire présente. C'est ainsi et les Français le sentent. Alors, citoyens de la plus vieille nation du monde, ils ferment les yeux et cultivent une nostalgie sulfureuse. Elle les entretient dans la certitude d'un paradis qui n'a jamais vraiment existé, mais qu'il faudrait à tout prix préserver : or on ne préserve rien quand on ne regarde que par-dessus son épaule.

Nous en sommes là, fascinés par ce conte que nous avons fabriqué et que les baby-boomers ont vraiment cru vivre. Pensez donc ! Une génération sans connaître la moindre guerre ! Le conflit, ça détruit. Mais la paix, ce bien précieux à la longue, ça vous enivre comme une drogue. Si on n'y prend pas garde, ça vous coupe de la réalité. Et ça ne vous entraîne pas à prendre le moindre risque. Les protections tombent. Les dangers prennent corps. Mais le cocon se détricote pendant que d'autres, qui n'avaient rien ou si peu, font leur pelote.

La France en a vu d'autres, dira-t-on. Donc elle s'en sortira. Ce n'est pas si sûr. Elle est souvent tombée de son cheval. Toujours elle a réussi à réenfourcher sa monture et à galoper. Ce serait donc sa nature que de vivre ainsi, allant de hauts en bas et de bas en hauts. Mais jamais elle n'est restée si longtemps immobile, confite dans ses droits acquis, incapable de se réformer, tirant sur son insondable fortune jusqu'à commencer à l'entamer. Car la rupture historique est là : dans tous les domaines, l'héritage se contracte. Nous ne doutons pas de nos idéaux, même si plus personne ne les applique ; nous ne nous interrogeons pas sur nos principes, même s'ils n'ont plus la moindre efficacité. Nous pensons que notre cassette est inépuisable, même si nous sommes perclus de dettes. (...) Nos enfants nous haïront si nous laissons grandir ce sentiment que nous ne prenons pas les décisions d'avenir. Il n'est jamais trop tard mais le report des échéances rend la facture de plus en plus lourde. Songeons un seul instant aux souffrances qu'ont connues nos parents et tous nos ancêtres, à ce qu'ils ont conquis, à ce qu'ils nous ont légué. Nous n'avons pas été inconséquents en tout. Nous avons juste laissé pousser trop d'herbes folles dans le jardin à la française. Tout n'était pas parfait, loin de là, dans ce que nous avons reçu, mais nous avons oublié le plan d'ensemble du parc : les allées n'y sont plus rectilignes, les chemins de traverse y sont broussailleux, les nouveaux massifs sont envahissants et les perspectives ont disparu. L'ensemble a de l'allure mais son ordonnancement commence à sombrer dans un désordre proliférant. Pour lui redonner son éclat, il nous faut retrouver une culture de la responsabilité.

La génération des baby-boomers est paralysée par son conservatisme : elle a du mal à renoncer à ses tics de pensée, à ses outils idéologiques, à ses intérêts financiers, elle peine à se projeter dans un futur qui est celui de ses descendants. Elle ploie sous la charge de ses vieux parents. Il est temps de rebattre les cartes. Si les baby-boomers ne sont pas capables de trouver les clés qui ouvriront les serrures du monde de demain alors les générations suivantes devront s'y coller. Il leur faudra peut-être forcer ces serrures car ils ont été mal préparés à construire, à inventer, à remodeler.

Au contraire, élevés dans l'ombre et le culte du baby-boomer, ils ont épousé la nostalgie parentale pour les « sixties » et les « seventies ». Pas facile de se révolter, de casser un système de valeurs hédonistes, libertaires, généreux. De retourner dans le réel quand on a eu des parents rêveurs et ludiques. Pas facile quand on n'est pas éduqué pour se prendre en charge collectivement.

Les enfants des baby-boomers ont reçu en héritage la culture de l'impuissance. Ils ont les codes qui leur permettent de repérer où sont leurs droits, leurs plaisirs, leurs intérêts, de réagir à l'injustice, de se sentir victimes. Ils ne sont pas équipés pour repérer leurs devoirs et leurs responsabilités vis-à-vis d'eux-mêmes et de la société qui les entoure. Ils sont programmés pour se flatter l'égo les uns les autres(...) Leurs héros sont des icônes de la télévision qui, coachés par des consultants en communication viennent montrer leur meilleur profil à des caméras complaisantes. Rien à voir avec des hommes libres qui inventent le monde et risquent ce qu'ils ont pour des lendemains qui chantent. Ces générations montantes devront rompre avec le confort des vieux habits parentaux et trier dans un héritage bringuebalant. Sur la défensive, ils ont encore tendance à défendre les acquis de leurs parents. Il leur faudra passer à l'offensive. Demain, ils devront choisir entre toujours plus d'Etat-Providence et la société du risque, entre l'avenir de leurs propres enfants et leur bien-être personnel, entre les grands principes et les bons sentiments. Demain, ils devront faire les choix que nous n'avons pas eu le courage d'opérer. Il leur faudra, justement beaucoup de courage. Et le goût de l'aventure.

(1078 mots)

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Session 2013

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



Épreuve optionnelle obligatoire de
SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR

Durée : 4 heures

Coefficient : 3



Cette épreuve comporte 18 pages

**L'USAGE DE CALCULATRICES, DE TELEPHONES PORTABLES
OU DE DOCUMENTS PERSONNELS N'EST PAS AUTORISE**

CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ELEVES INGENIEURS
DU CONTROLE DE LA NAVIGATION AERIEENNE

Epreuve optionnelle obligatoire de
SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGENIEUR

Durée : 4 heures

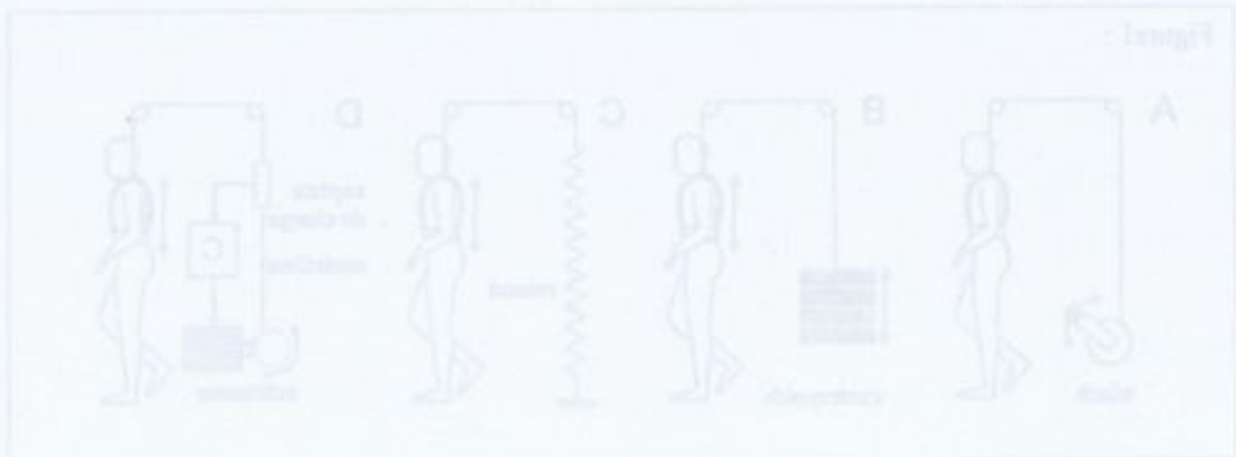
Coefficient : 3

Aucune documentation n'est autorisée

CALCULATRICE INTERDITE

Ce sujet comporte 18 pages

Si le candidat constate ce qu'il pense être une anomalie dans le texte, il lui appartient de poursuivre en signalant cette anomalie sur sa copie et en prenant les initiatives qu'il juge opportunes.



Etude d'un « assistant de rééducation à la marche »

Le sujet comporte trois grandes parties :

Partie 1 : présentation du besoin et analyse préliminaire de quelques solutions ;

Partie 2 : analyse de performances d'un assistant de rééducation à la marche actionné par un mécanisme à parallélogramme ;

Partie 3 : analyse de la commande d'un assistant à la marche.

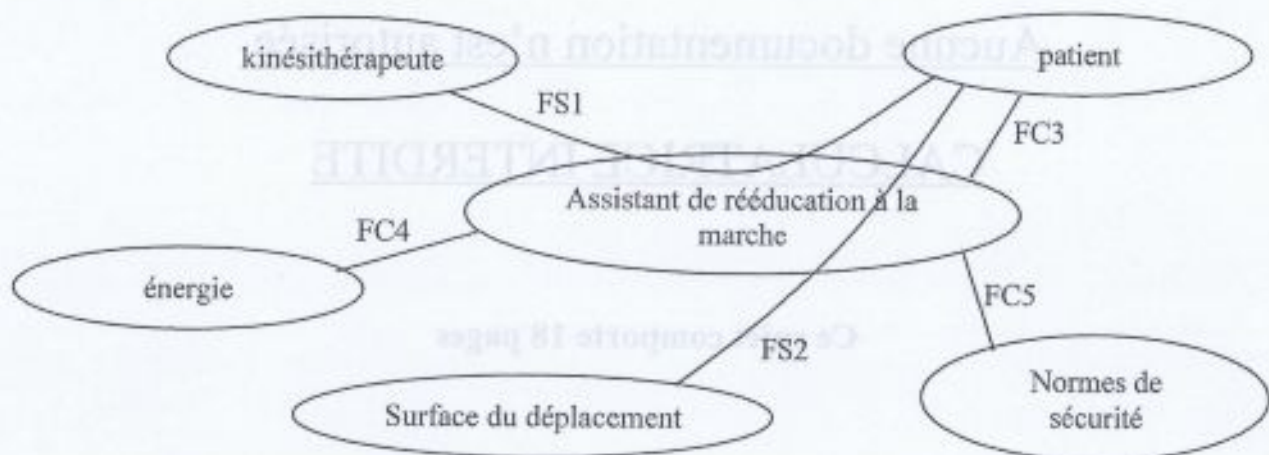
Il est conseillé de traiter la partie 1 en premier ; les parties 2 ou 3 pouvant ensuite être traitées dans un ordre indifférent.

Sur les copies, les réponses devront être précédées du numéro de la question.

1- Présentation du besoin :

Le système étudié est utilisé au cours de séances de kinésithérapie pour la rééducation à la marche ; il soulève le patient pour soulager ses membres inférieurs pendant la marche.

Diagramme des inter-acteurs simplifié :



FS1 : Soulager les jambes du patient

FS2 : Permettre le déplacement relatif du patient par rapport au sol

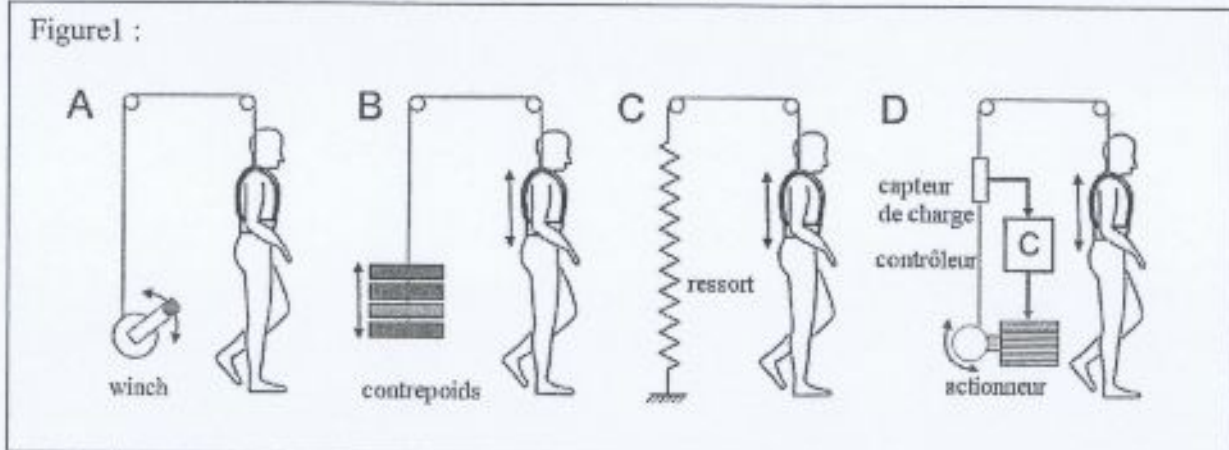
FC3 : Soutenir le patient

FC4 : Alimenter en énergie

FC5 : Respecter les normes de sécurité

Le système d'allègement est soit mobile avec le patient lors du déplacement, soit fixe et le patient se déplace alors sur un tapis roulant.

Différentes solutions peuvent être utilisées pour soulager le patient à partir d'un point de soutènement :



Le dispositif de soutènement (fonction FC3) peut prendre différentes formes, selon la position du point de soutènement sur le patient :

- harnais sanglé au niveau des épaules (figure 1), relié par un câble inextensible au dispositif d'allègement ;
- culotte ou selle agissant en support au niveau du bassin.

Pendant la marche du patient, l'altitude du point de soutènement varie de quelques centimètres.

Cahier des charges de la fonction de service FS1: Soulager les jambes du patient

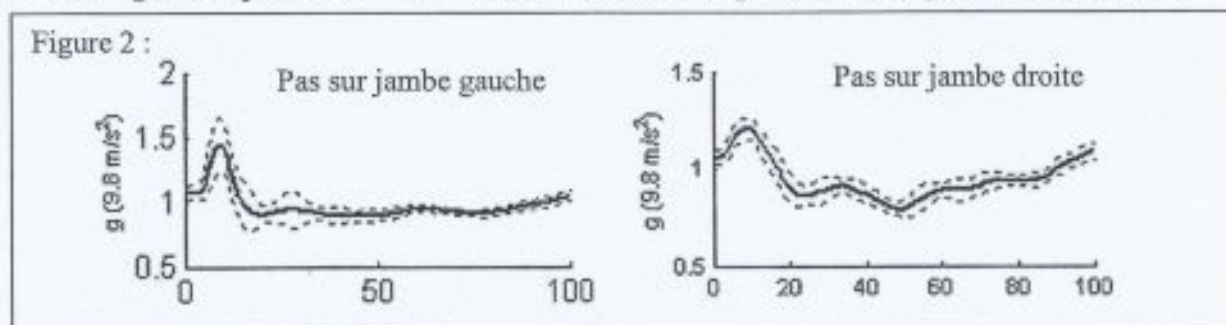
Critères	Niveaux
Masse du patient	de 40 kg à 100 kg
Allègement du poids en %	réglable entre 40% et 80%
Variation de l'allègement du poids au cours de la marche	30 N maximum
Déplacement vertical du point de soutènement	75 mm maximum
Vitesse de déplacement du patient	3,2 km/h maximum

On se propose dans un premier temps de vérifier que les solutions A, B et C ne permettent pas de respecter le cahier des charges précédent.

Dans la solution A, l'enrouleur (ou winch) est réglé au début de la séance afin d'assurer l'allègement du poids, puis bloqué en position pendant le reste de la séance.

Question 1 : Quel est le critère qui ne peut pas être respecté dans la solution A

Les courbes figure 2 représentent l'accélération verticale d'un patient handicapé lors de la marche :



On se place dans les conditions suivantes : solution B de la figure 1, patient de 100 kg et allègement du poids de 60%. On supposera le câble inextensible et les frottements négligeables dans les liaisons des poulies avec le bâti.

Question 2 : En isolant le contrepoids, démontrer que le critère sur la variation de l'allègement du poids ne peut pas être respecté.

On conserve les conditions suivantes : patient de 100 kg et allègement du poids de 60%, mais on se place maintenant dans la solution C de la figure 1,

Question 3 : Déterminer la raideur du ressort qui permettrait de respecter le critère sur la variation de l'allègement du poids. En déduire l'allongement du ressort nécessaire pour assurer le réglage de l'allègement du poids et conclure sur la faisabilité de la solution C.

Pour maintenir une valeur d'allègement constante pendant la marche, quelle que soit l'altitude du point de soutènement, les concepteurs ont donc opté pour un système asservi en effort (solution D de la figure 1).

A l'aide d'un capteur de charge, ce système mesure en permanence la valeur de l'allègement fourni au patient. Un contrôleur numérique ajuste cette valeur et agit sur l'actionneur électrique par l'intermédiaire d'un hacheur qui distribue l'énergie électrique avec laquelle on l'alimente.

Question 4 : Proposer sous forme de schéma-bloc, une représentation du principe du système asservi (la désignation des composants sera inscrite à l'intérieur des blocs et les grandeurs physiques traitées avec leurs unités seront inscrites sur les liens placés entre les blocs).

La deuxième partie du sujet propose d'étudier un système de soutènement à parallélogramme déformable ;

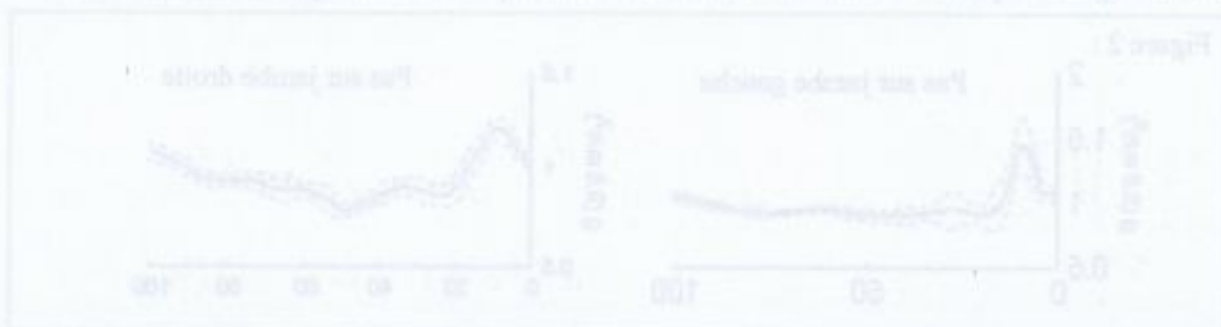
La troisième partie du sujet porte sur la modélisation du système asservi et la recherche d'une commande optimisée.

1,5 points	Vitesse de déplacement du patient
1,5 points	Déplacement vertical du point de soutènement
1,5 points	Valeur de l'allègement au point de contact de la marche

On se propose dans un premier temps de vérifier que les solutions A, B et C ne permettent pas de respecter le cahier des charges précédent.

Dans la solution A, l'axe horizontal (ou vertical) est réglé au début de la séance afin d'assurer l'allègement de poids, puis réglé en position pendant le reste de la séance.

Les courbes figure 2 représentent l'allègement vertical d'un patient handicapé lors de la marche.



On se place dans les conditions suivantes : patient de 100 kg et allègement de poids de 50%. On suppose le cadre indéformable et les traitements négligeables dans les liaisons des jambes avec le bâti.

Question 1 : En fonction du coefficient d'amortissement que le système au voisinage de l'allègement de poids ne peut pas être respecté.

On conserve les conditions suivantes : patient de 100 kg et allègement de poids de 50%, mais on se place maintenant dans la solution C de la figure 1.

Question 2 : Déterminer la valeur du ressort qui permettrait de respecter le cahier des charges de l'allègement de poids en réduisant l'allègement du ressort nécessaire pour assurer le réglage de l'allègement de poids et conclure sur la faisabilité de la solution C.

2- Analyse de performances d'un assistant à la marche actionné par un mécanisme à parallélogramme

L'objectif de ce paragraphe est d'analyser en détail une autre solution possible pour réaliser le soutènement du patient : la solution à parallélogramme déformable et vérin (figure 3).

Le parallélogramme déformable ABCD positionne le harnais et maintient celui-ci vertical ;

La commande est construite selon le principe de la solution D de la figure 1 : le vérin électrique EF ajuste la position verticale du harnais, selon les ordres générés par le contrôleur du système.

Il s'agira au cours de l'étude de valider le choix du vérin, du point de vue de l'effort maximal que celui-ci doit fournir, puis d'un point de vue dynamique.

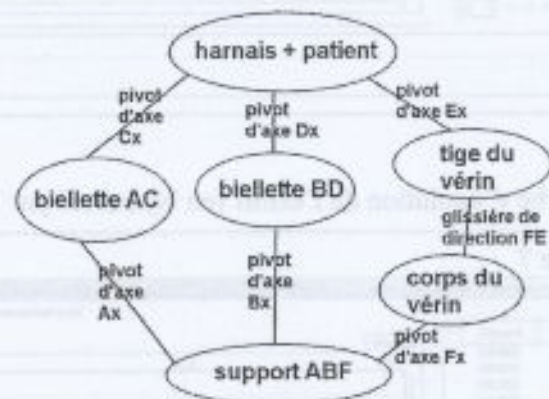


Un logiciel de simulation a été utilisé pour valider le choix du vérin du point de vue de l'effort maximal.

Dans une première modélisation, toutes les liaisons (A, B, C, D, E, F) ont été déclarées comme « pivot d'axe \vec{x}_0 », et la liaison (tige de vérin / corps de vérin) comme « glissière de direction FE »

(voir le graphe de structure figure 4).

Figure 4



2-1 Théorie des mécanismes

Avec ce logiciel, le problème d'hyperstatisme doit être traité préalablement au calcul d'effort.

Question 5 : Donner la valeur de la mobilité « mc » du système.

Question 6 : Le logiciel indique un degré d'hyperstatisme de 6 ; justifier cette valeur.

Question 7 : On souhaite conserver le modèle des liaisons A, B, C, F sous forme de liaisons « pivot », proposer une solution isostatique qui permette au logiciel de traiter le problème ; indiquer le nom des nouvelles liaisons en E et en D ; tracer le nouveau schéma cinématique du système.

2-2 Détermination de la charge sur le vérin :

Le cahier des charges pour cette étude est que le vérin doit permettre le soulèvement total d'un patient de 100 kg, dont le centre de masse G_p est placé à la distance de 300 mm du segment CD (figure 5)

Le logiciel de simulation a été utilisé avec les conditions suivantes :

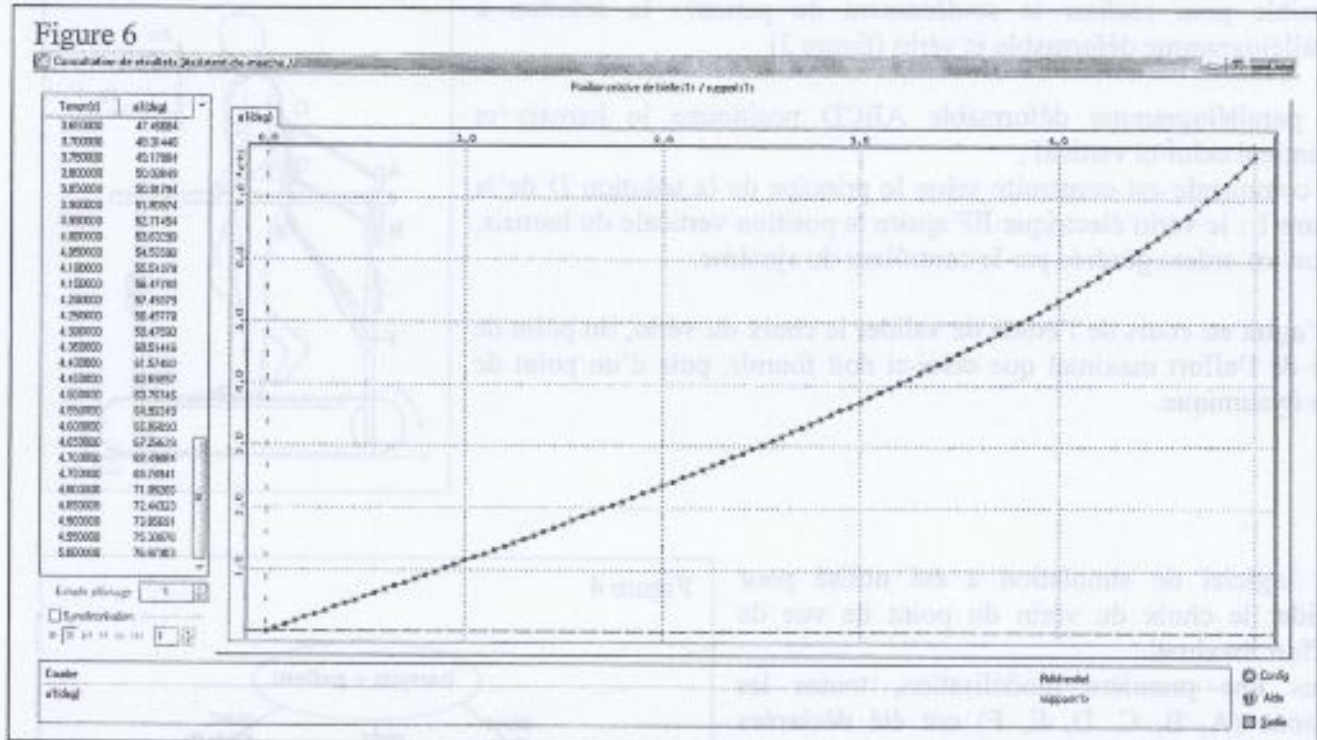
- calcul réalisé sur 100 positions ;
- vitesse imposée de sortie de la tige du vérin : 50 mm/s ;
- durée totale de la simulation : 5 s.

Figure 5

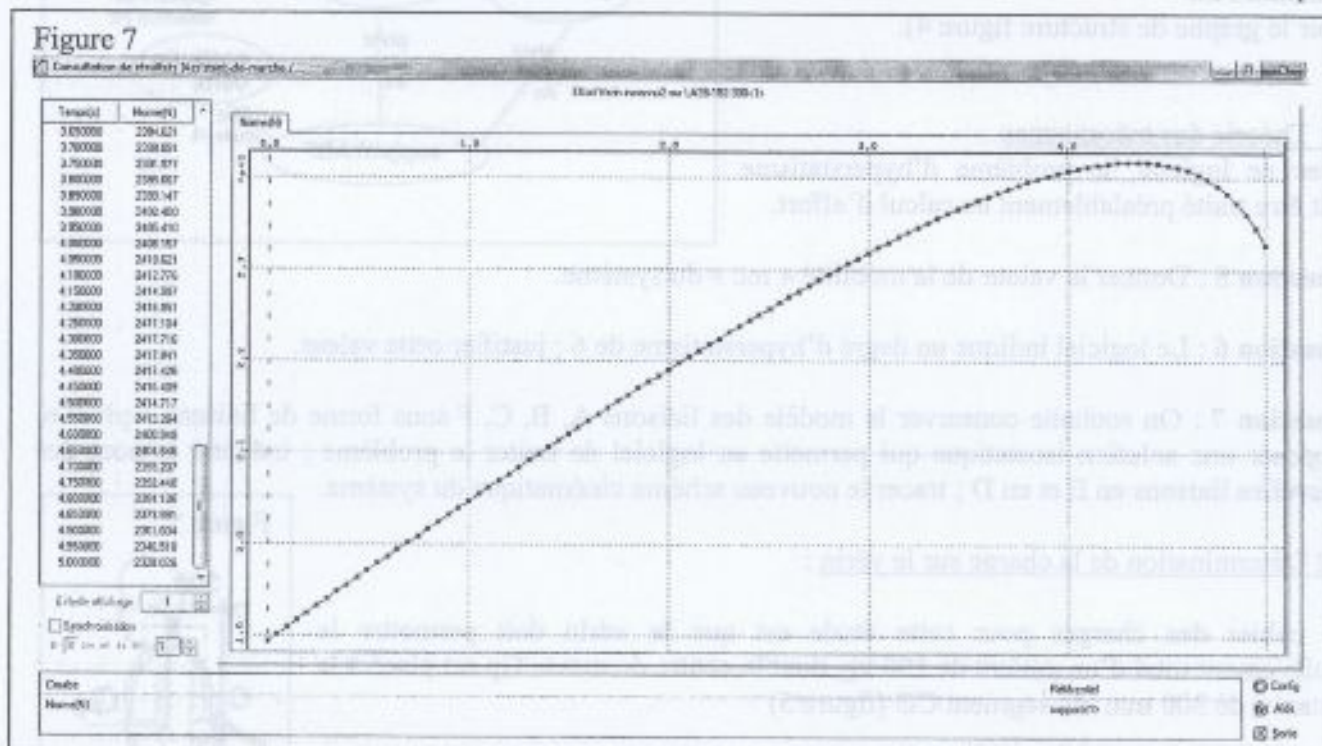


Il a permis d'obtenir les courbes figures 6 et 7 suivantes :

La courbe (figure 6) représente l'angle (en degrés) parcouru par la biellette AC dans son mouvement autour du point A (liaison pivot A), en fonction du temps : il s'agit de la variation de l'angle de la biellette par rapport à la position initiale vérin rentré.



La courbe d'évolution de l'effort (en N) exercé par le vérin au cours du mouvement, en fonction du temps.

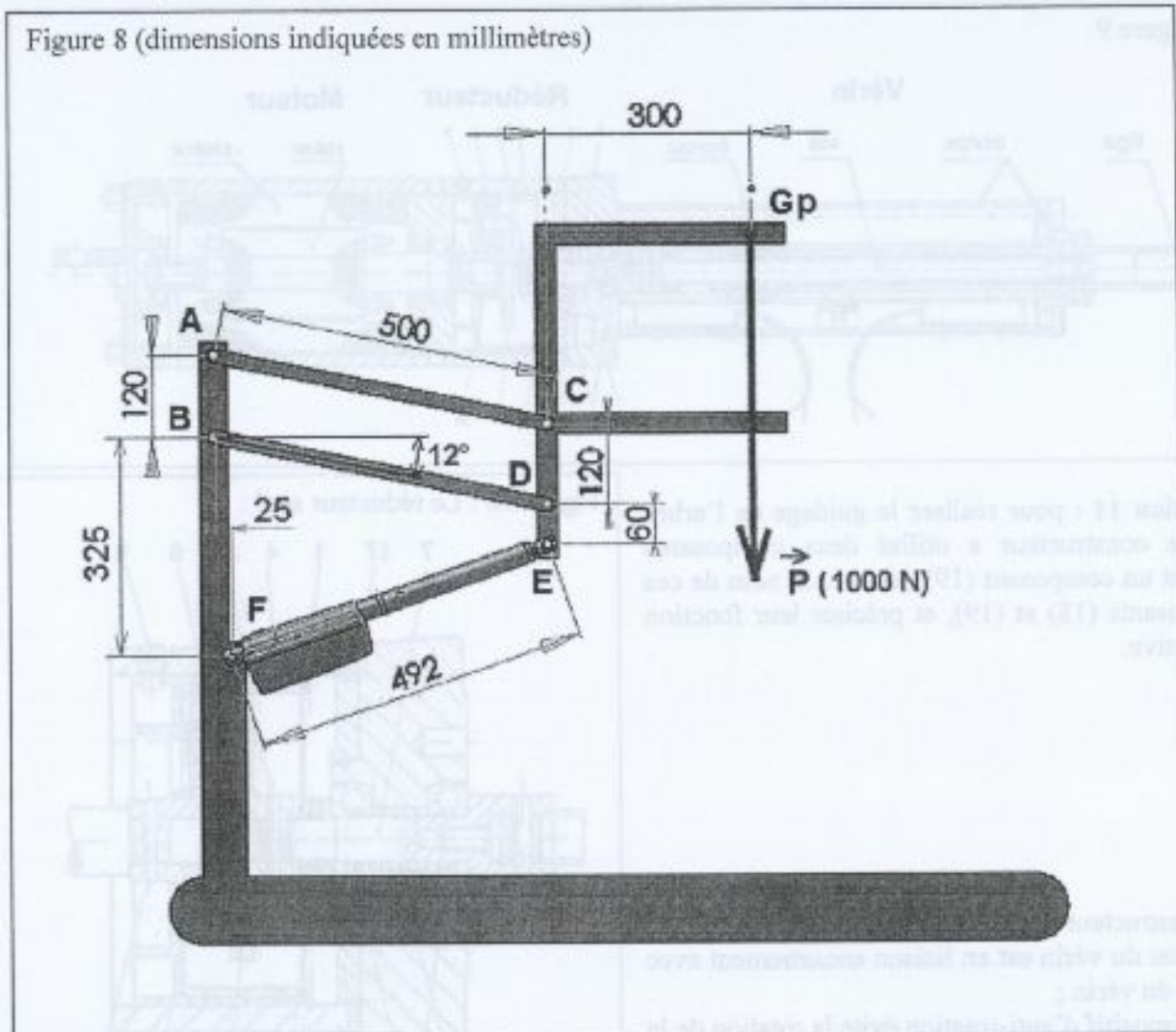


Question 8 : Indiquer quel est l'angle parcouru par la biellette AC par rapport à sa position initiale, dans la position où l'effort est maximal dans le vérin.

La figure 8 présente le système dans la position initiale de la simulation.

Question 9 : Reproduire sur votre copie à l'échelle 1/10 la situation des points de la figure 8, dans la position trouvée à la question précédente, où l'effort est maximal dans le vérin (cette figure servira à une démarche de statique graphique dans la question suivante).

Figure 8 (dimensions indiquées en millimètres)



Question 10 :

Dans l'objectif de valider l'ordre de grandeur du résultat fourni par le logiciel pour l'effort maximal du vérin, on se propose de traiter le problème graphiquement dans la position obtenue à la question précédente.

Réaliser la démarche de construction graphique de l'action exercée par le vérin sur le harnais.

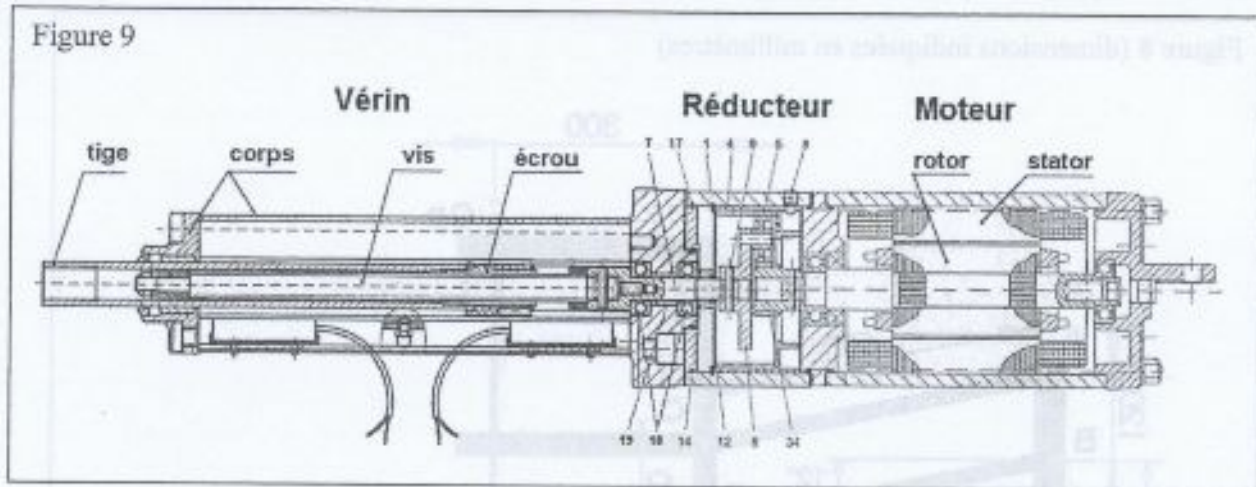
Important : Toutes les étapes de la construction devront être accompagnées de commentaires adaptés :

- l'indication de l'échelle des forces ;
- l'indication du système isolé à chaque étape ;
- les caractéristiques des forces connues ou partiellement connues (direction, point d'application, sens), à chaque étape ;
- la manière d'exploiter le principe fondamental de la statique.

Conclure en comparant votre résultat avec le résultat du logiciel.

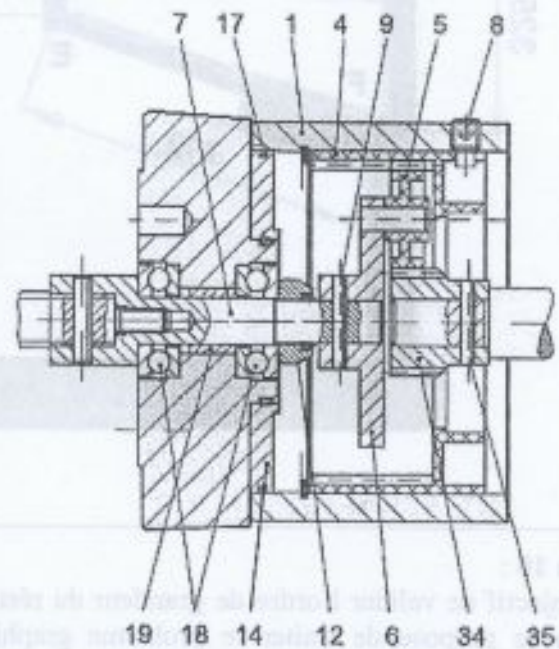
2-3 Etude des performances dynamiques :

La figure 9 présente le dessin en coupe longitudinale du vérin électrique ;
La figure 10 montre le réducteur seul.



Question 11 : pour réaliser le guidage de l'arbre (7), le constructeur a utilisé deux composants (18) et un composant (19) ; donner le nom de ces composants (18) et (19), et préciser leur fonction respective.

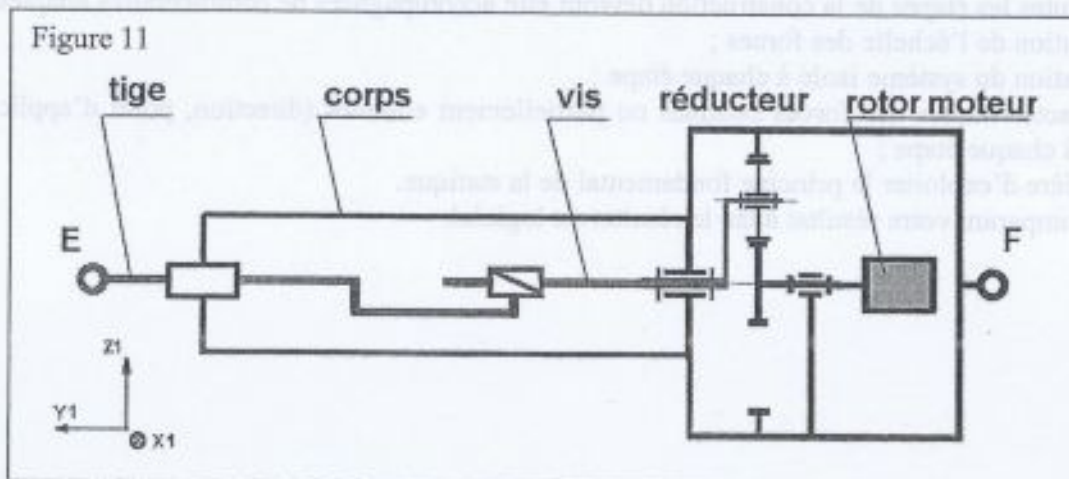
Figure 10 : Le réducteur seul :



Le constructeur du vérin précise :

- l'écrou du vérin est en liaison encastrement avec la tige du vérin ;
- un dispositif d'anti-rotation évite la rotation de la tige par rapport au corps du vérin ;
- la vis du vérin est encastrée dans l'arbre de sortie (7) du réducteur.

Ce qui permet de modéliser le système comme présenté figure 11.



Question 12 : A l'aide d'un diagramme « FAST », réaliser une description fonctionnelle du système « vérin électrique » basée sur les transformations apportées aux grandeurs physiques qui caractérisent la puissance.

On donne figure 12 le schéma cinématique minimal du réducteur en deux vues.

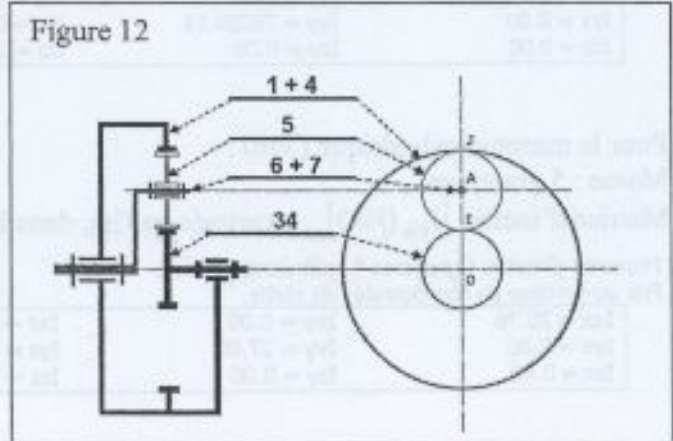
La géométrie du réducteur est telle que les rayons primitifs R_5 et R_{34} des roues dentées (5) et (34) sont identiques : $R_5 = R_{34}$.

Question 13 : Reproduire sur votre copie les cercles correspondant à la vue axiale du réducteur schématisé.

Pour une vitesse de rotation ω_{34} fixée arbitrairement, placer le champ des vitesses sur le segment IJ du pignon 5, c'est-à-dire tracer $\vec{V}_{J,5/0}$, $\vec{V}_{I,5/0}$ et $\vec{V}_{A,5/0}$. Déterminer à l'aide de ces tracés de vecteurs vitesse, le rapport de transmission :

$$r = \omega_7 / \omega_{34}$$

(les détails du raisonnement devront être soigneusement expliqués).



On désigne par « p » le pas (à droite) de la liaison entre la vis et l'écrou du vérin, et par « r » le rapport de transmission entre la vis et le rotor moteur : $r = \omega_7 / \omega_{34} = \omega_{\text{vis}} / \omega_{\text{rotor}} = \omega_v / \omega_r$.

On désigne par V_{ty_1} la vitesse de translation de la tige du vérin par rapport au corps du vérin

On exprime par $V_{ty_1} = kt \cdot \omega_r$, la relation entre la vitesse de translation de la tige et la vitesse de rotation du rotor moteur.

Question 14 : Donner l'expression littérale de « kt » (l'expression devra permettre le calcul avec les données numériques exprimées en unités SI). Préciser le signe de ce coefficient « kt » si l'on considère une rotation de sens trigonométrique positif du rotor moteur dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ de la figure 11.

La vis du vérin et l'ensemble des pièces qui sont en liaison encastrement avec elle, ont été représentées de façon simplifiée sur les figures 13 et 14.

On y distingue les volumes de matière suivants :

V_f : volume de la partie filetée (centre d'inertie G_f) ;

V_e : volume de la partie épaulée (centre d'inertie : O_e) ;

V_d : volume de la partie disque (centre d'inertie : G_d) ;

V_m : volume du maneton cylindrique (centre d'inertie : G_m).

Figure 13

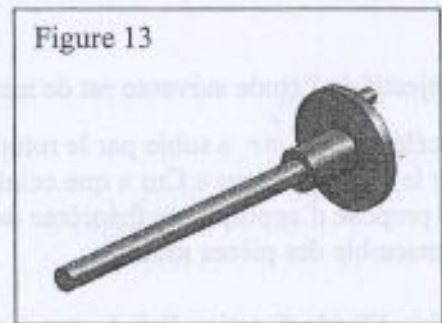
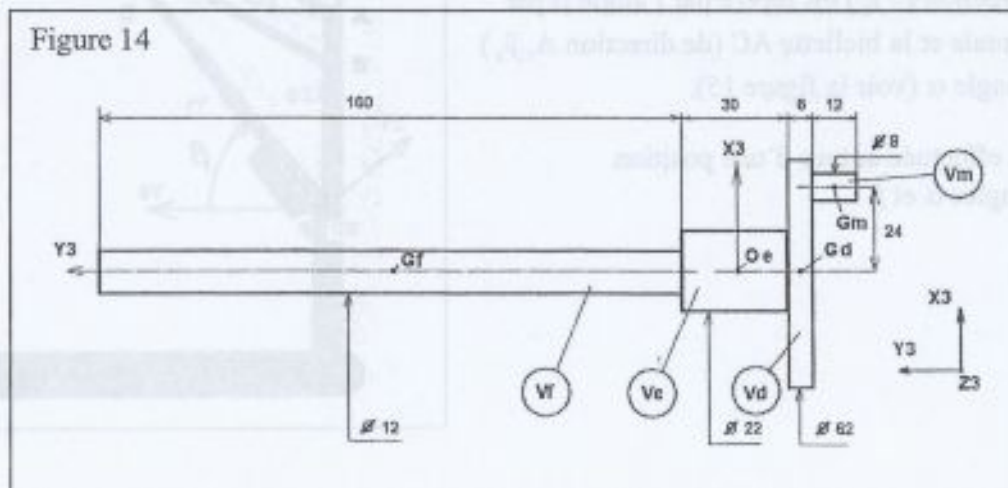


Figure 14



Un modeleur volumique a permis d'obtenir les caractéristiques d'inertie suivantes :

Pour l'ensemble {Vf, Ve, Vd} sans le maneton (Vm) :

Masse : 0,4 kg ;

Matrice d'inertie $[I_{Oe}(Vf + Ve + Vd)]_{B3}$ exprimée en Oe, dans la base $B3 = (\bar{x}_3, \bar{y}_3, \bar{z}_3)$:

Moments d'inertie : (grammes * millimètres carrés)

Pris au système de coordonnées de sortie.

$I_{xx} = 1676406,58$	$I_{xy} = 0,00$	$I_{xz} = 0,00$
$I_{yx} = 0,00$	$I_{yy} = 76299,19$	$I_{yz} = 0,00$
$I_{zx} = 0,00$	$I_{zy} = 0,00$	$I_{zz} = 1676406,58$

Pour le maneton cylindrique (Vm) :

Masse : 5 grammes

Matrice d'inertie $[I_{Oe}(Vm)]_{B3}$ exprimée en Gm, dans la base $B3 = (\bar{x}_3, \bar{y}_3, \bar{z}_3)$:

Moments d'inertie : (grammes * millimètres carrés)

Pris au système de coordonnées de sortie.

$I_{xx} = 75,76$	$I_{xy} = 0,00$	$I_{xz} = 0,00$
$I_{yx} = 0,00$	$I_{yy} = 37,88$	$I_{yz} = 0,00$
$I_{zx} = 0,00$	$I_{zy} = 0,00$	$I_{zz} = 75,76$

Question 15: Donner l'expression numérique des termes de la matrice d'inertie $[I_{Oe}(vis)]_{B3}$ de l'ensemble « vis » = {Vf, Ve, Vd, Vm} exprimée en Oe, dans la base $B3 = (\bar{x}_3, \bar{y}_3, \bar{z}_3)$.

Nota : La méthode de calcul de chaque terme de la matrice doit être soigneusement présentée ;

le résultat sera laissé sous forme d'opérations non effectuées entre des nombres

(par exemple : $75,76 + (30)^2$).

Question 16 : Commenter le résultat de la question précédente, du point de vue des composantes de la matrice d'inertie $[I_{Oe}(vis)]_{B3}$ par rapport au problème de « l'équilibrage dynamique » ; indiquer quelles sont les conséquences du point de vue du patient lors de l'utilisation du système et proposer sous forme de croquis, une évolution de la conception de la pièce 6 du réducteur (figure 10).

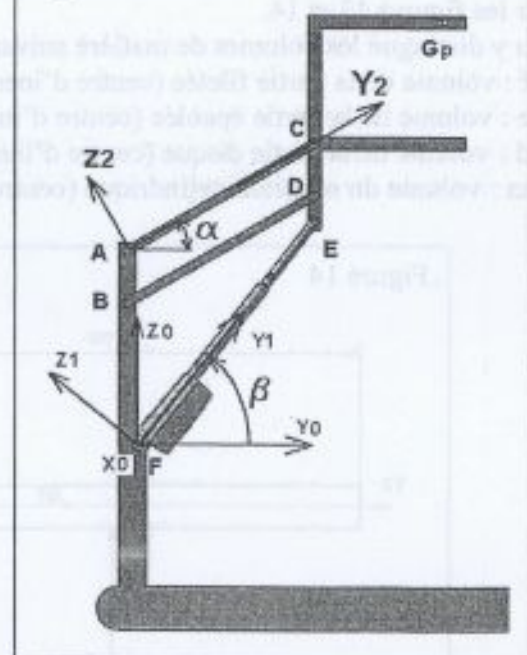
L'objectif de l'étude suivante est de mettre en relation

l'accélération « $\dot{\omega}_r$ » subie par le rotor du moteur du vérin avec le couple moteur « C_m » que celui-ci peut fournir : il sera proposé d'appliquer le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble des pièces mobiles.

le vérin FE (de direction F, \bar{y}_1) est repéré par l'angle β par rapport à l'horizontale et la bielle AC (de direction A, \bar{y}_2) est repérée par l'angle α (voir la figure 15).

La démarche sera effectuée autour d'une position particulière des angles α et β .

Figure 15



On adoptera les notations suivantes :

$B1 = (\bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z}_1)$ est la base du repère $R1$ dans lequel les matrices d'inertie des composants du vérin sont exprimées.

$B1$ est telle que $\bar{x}_1 = \bar{x}_0$ et \bar{y}_1 porté par FE.

On donne les éléments d'inertie :

	Centre d'inertie	position	Matrice d'inertie
Rotor moteur masse : m_r	Gr	$\vec{FG}_r = y_{Gr} \cdot \bar{y}_1$	$[I_{Gr}(\text{rotor})]_{B1} = \begin{pmatrix} A_r & 0 & 0 \\ 0 & B_r & 0 \\ 0 & 0 & C_r \end{pmatrix}$
Vis masse : m_v	Gv	$\vec{FG}_v = y_{Gv} \cdot \bar{y}_1$	$[I_{Gv}(\text{vis})]_{B1} = \begin{pmatrix} A_v & 0 & 0 \\ 0 & B_v & 0 \\ 0 & 0 & C_v \end{pmatrix}$ Quels que soient les résultats obtenus aux questions précédentes
Tige masse : m_t	Gt	$\vec{FG}_t = y_{Gt} \cdot \bar{y}_1$	$[I_{Gt}(\text{tige})]_{B1} = \begin{pmatrix} A_t & 0 & 0 \\ 0 & B_t & 0 \\ 0 & 0 & C_t \end{pmatrix}$
Corps du vérin seul	-	-	le moment d'inertie par rapport à l'axe $F \bar{x}_0$ est noté « I_c ».

Données complémentaires :

- ω_r est la vitesse de rotation du rotor moteur par rapport au stator ;
- On néglige toutes les autres masses et inerties (en particulier les masses des biellettes AC et BD, et des pignons du réducteur).
- Dans la position étudiée, ($\alpha = 30^\circ$; $\beta = 50^\circ$) les vitesses angulaires sont liées à la vitesse de translation V_{ty1} de la tige du vérin par les relations : $\dot{\alpha} = k_a \cdot V_{ty1}$; $\dot{\beta} = k_b \cdot V_{ty1}$. On rappelle que $V_{ty1} = k_t \cdot \omega_r$.

Question 17 :

Exprimer au point Gr, le torseur cinétique $\{C_{(\text{rotor}/R0)}\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{R}c_{(\text{rotor}/R0)} \\ \vec{\sigma}_{Gr(\text{rotor}/R0)} \end{matrix} \right\}$ du rotor moteur dans son mouvement par rapport au repère fixe $R0 = (F, \bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0)$, en fonction de ω_r , k_b , k_t , et des données cinétiques.

En déduire le torseur cinétique au point Gv, $\{C_{(\text{vis}/R0)}\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{R}c_{(\text{vis}/R0)} \\ \vec{\sigma}_{Gv(\text{vis}/R0)} \end{matrix} \right\}$ de la vis dans son mouvement par rapport au repère fixe $R0$ en fonction de ω_r , k_b , k_t , r , et des données cinétiques.

Question 18 :

Exprimer au point Gt, le torseur cinétique de la tige $\{C_{(\text{tige}/R0)}\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{R}c_{(\text{tige}/R0)} \\ \vec{\sigma}_{Gt(\text{tige}/R0)} \end{matrix} \right\}$ dans son mouvement par rapport au repère fixe $R0 = (F, \bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0)$, en fonction de ω_r , k_b , k_t et des données cinétiques.

Question 19 : Exprimer littéralement l'énergie cinétique $Ec_{(\text{composant}/R0)}$ de chacun des quatre composants du vérin (rotor, vis, tige, corps), dans son mouvement par rapport au repère fixe, en fonction de ω_r , k_b , k_t , r , et des données cinétiques.

Données complémentaires pour l'ensemble (harnais+patient) noté « patient » dans la suite :
 Soit M_p = masse du patient et G_p son centre de masse (voir figure 15).

On note : $\vec{V}_{G_p, Patient / R_0} = V_{pz} \cdot \vec{z}_2 + V_{py} \cdot \vec{y}_2 =$ vitesse du patient par rapport au support fixe $R_0 = (F, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

Dans la position étudiée, ($\alpha = 30^\circ$; $\beta = 50^\circ$) la composante V_{pz} de la vitesse du patient est liée à la vitesse de sortie V_{ty1} de la tige du vérin par la relation : $V_{pz} = k_p \cdot V_{ty1}$.

Question 20 : Montrer que $V_{py} = 0$ et exprimer le torseur cinétique $\{C_{(patient) / R_0}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{C_{(patient) / R_0}} \\ \vec{\sigma}_{G_p, (patient) / R_0} \end{array} \right\}$;

en déduire l'expression de l'énergie cinétique $E_{C_{(patient) / R_0}}$ du patient dans son mouvement par rapport au repère R_0 , en fonction de ω_r , k_p , k_t , et des données cinétiques.

En déduire l'énergie cinétique de l'ensemble du système, dans son mouvement par rapport à R_0 et l'expression de l'inertie équivalente du système « Jequ » ramenée à l'arbre du moteur.

Données complémentaires :

On prend en compte l'action de pesanteur sur le patient de la façon suivante :

Le dispositif est réglé pour alléger le patient de 60% ;

Le patient a une masse de 100 kg et l'accélération de la pesanteur est approximée à 10 m/s^2 ; ceci conduit à considérer que la charge exercée sur le harnais est $Ch = 600 \text{ N}$ (figure 16).

On note C_m le couple moteur exercé par le stator sur le rotor du moteur.

On prend en compte les frottements suivants :

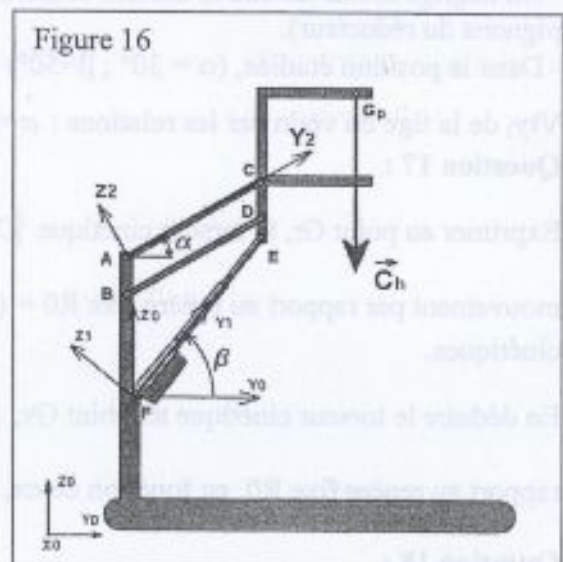
- dans le système vis-écrou du vérin où l'on considère le rendement : $\eta = 0,6$;
- dans la liaison glissière entre la tige et le corps du vérin où l'on considère un frottement visqueux tel que la force de résistance au mouvement a pour module : $F_g = k_v \cdot V_{ty1}$

On rappelle que $V_{ty1} = k_t \cdot \omega_r$

Question 21 : Montrer que les puissances des actions extérieures exercées aux points A, B, F sur le système sont nulles et déterminer l'expression littérale de la puissance de l'action de pesanteur $P_{(pesanteur \rightarrow patient) / R_0}$ en fonction de Ch , ω_r et des données.

Question 22 : Déterminer les puissances d'inter-efforts : $P_{(stator \rightarrow rotor)}$; $P_{(vis \rightarrow écrou)}$; $P_{(tige \rightarrow corps)}$, en fonction de ω_r et des données.

Question 23 : Appliquer le théorème de l'énergie cinétique pour en déduire l'expression littérale du couple moteur C_m en fonction de $Jequ$, $\dot{\omega}_r$, ω_r , Ch , et des données.



Données complémentaires : on se place toujours dans la position ($\alpha = 30^\circ$; $\beta = 50^\circ$), avec une accélération du point G_p : $\vec{a}_{G_p, P / R_0} = a \cdot \vec{z}_0$ telle que $a = 10 \text{ m/s}^2$; et $V_{ty1} = 0$;

On donne : $Jequ = 0,001 \text{ kg.m}^2$; $K_p = 3$; $K_t = 1/3000$;

Question 24 : Dans les conditions d'accélération données, déterminer la valeur de $\dot{\omega}_r$ et en déduire le couple moteur C_m qui permet de mouvoir la charge $Ch = 600 \text{ N}$.

3- Analyse de la commande d'un assistant à la marche

3-1 Etude du modèle connaissance

La solution étudiée dans le paragraphe précédent conduit à un vérin avec moteur électrique assez gros, qui doit être capable de compenser à la fois l'allègement du poids du patient en permanence (compensation statique) et d'effectuer les corrections dynamiques dues à la marche.

C'est pourquoi l'industriel a opté finalement pour une solution séparant les deux fonctions :

- un actionneur de compensation statique pour réaliser l'allègement du poids,
- un actionneur de contrôle dynamique plus petit, mais capable d'apporter les variations rapides de l'allègement du patient dues à la marche.

C'est cette solution qui est présentée sur la figure 17 ci-dessous.

Le patient équipé d'un harnais est relié au système de contrôle par une corde de 8mm de diamètre, enroulée sur des poulies fixes ou mobiles (poulie C). L'extrémité de la corde est attachée à un winch (enrouleur de corde) actionné électriquement et permettant de soulever le patient de la position assise (fauteuil roulant) vers la position debout.

Le winch est capable de soulever une charge de 150 Kg maximum.

Les deux ressorts de compensation de charge sont liés au plateau mobile supérieur [P2], constitué de la pièce support de forme triangulaire, de l'écrou [D] et de la poulie mobile [C]. Le déplacement de ce plateau mobile, noté x_2 , est mesuré par un capteur à ultrasons [F].

A l'autre extrémité, les deux ressorts sont fixés au plateau mobile inférieur [P1], constitué de la plaque support et de l'écrou [H]. Le déplacement de ce plateau mobile, noté x_1 est mesuré par un capteur à ultrasons [J].

La longueur des ressorts et donc leur précontrainte peut être ajustée par un moteur électrique [I]. Un troisième moteur [E] permet de réguler l'allègement de poids du patient.

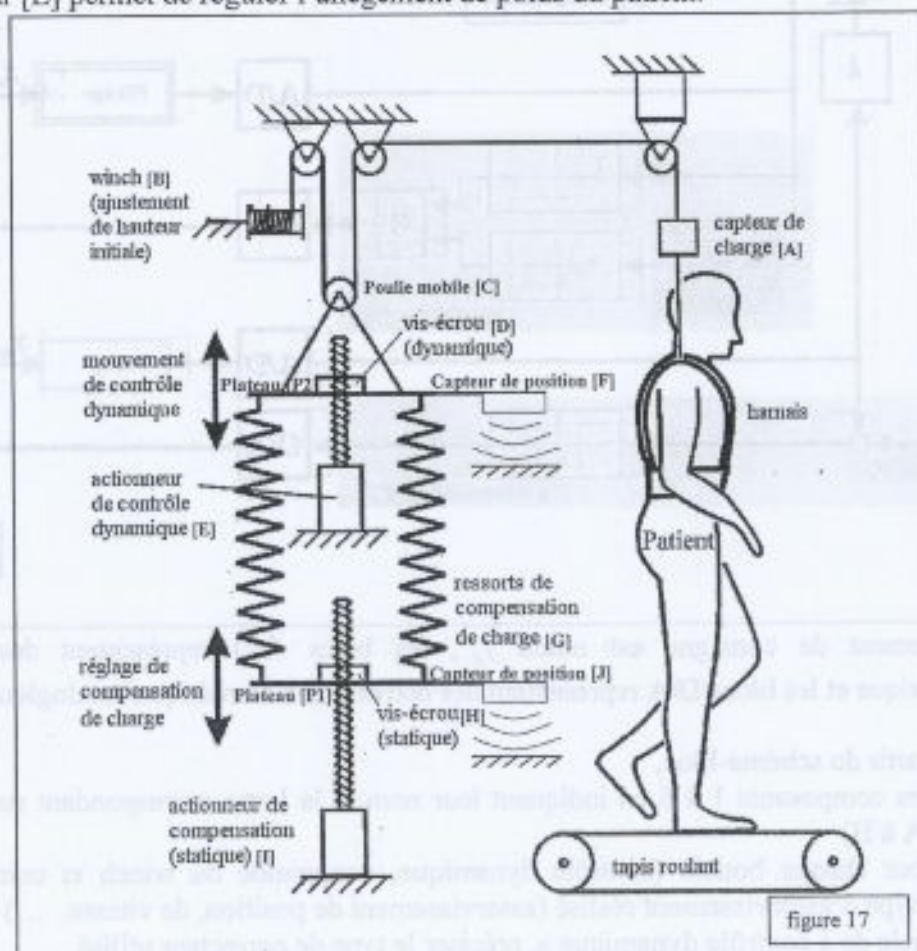


figure 17

L'équation (1) traduisant l'équilibre dynamique du système peut s'écrire :

$$2f_{patient} - f_{moteur} - 2k_{ressort}x_{dyn} - d_v\dot{x}_{dyn} - d_s\text{signe}(\dot{x}_{dyn}) - f_g + \varepsilon(f) = m_{dyn}\ddot{x}_{dyn}$$

où x_{dyn} représente le déplacement de l'ensemble isolé, m_{dyn} sa masse équivalente,

$f_{patient}$ l'effort d'allègement mesuré par le capteur de charge [A],

f_{moteur} la force équivalente exercée par le moteur [E],

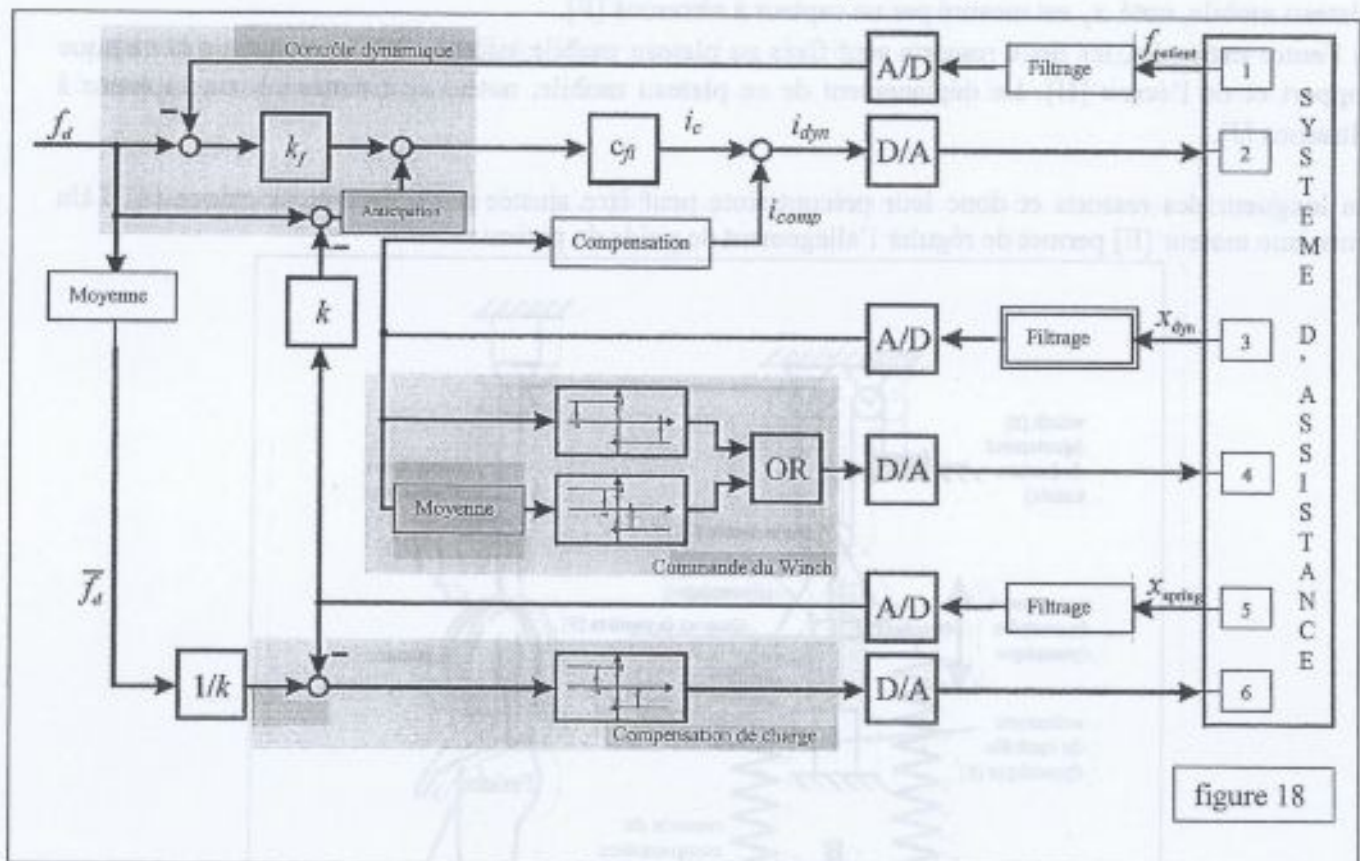
f_g la résultante des forces de pesanteur exercée sur l'ensemble isolé.

Question 25 : Pour établir l'équation précédente,

- Préciser l'ensemble isolé,
- Démontrer rigoureusement le terme " $2f_{patient}$ ", en proposant un isolement, un choix d'équations et les hypothèses nécessaires
- Préciser la signification physique du terme " $-d_v\dot{x}_{dyn}$ " et celle du terme " $-d_s\text{signe}(\dot{x}_{dyn})$ "

3-2 Mise en place du schéma-bloc

Le constructeur propose un schéma complet de la commande du système figure 18 :



La force d'allègement de consigne est notée f_d , les blocs A/D représentent des conversions Analogique/Numérique et les blocs D/A représentent des conversions Numérique/Analogique.

Question 26 : A partir du schéma-bloc,

- Identifier les composants 1 à 6 en indiquant leur nom et la lettre correspondant sur la figure 17 (lettres de A à H)
- Préciser pour chaque boucle (contrôle dynamique, commande du winch et compensation de charge), le type d'asservissement réalisé (asservissement de position, de vitesse, ...)
- Pour la boucle de « contrôle dynamique », préciser le type de correcteur utilisé.

3-3 Etude du bloc compensation

Le bloc « Compensation » de la commande globale représenté par le schéma-bloc figure 19, permet une certaine anticipation de la commande en prenant en compte les termes variables « prévisibles » dès leur apparition :

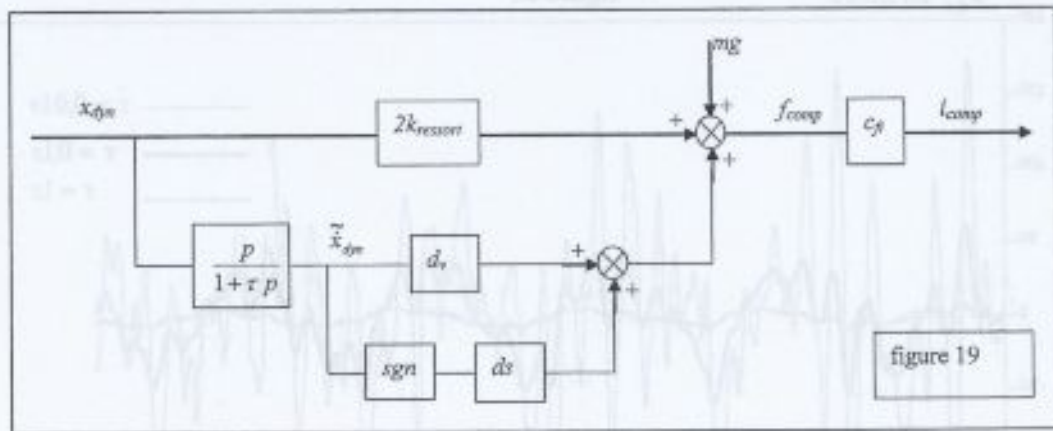


figure 19

Question 27 : Etablir l'expression de la force de compensation f_{comp} . En déduire le seul terme de l'équation (1) non pris en compte dans cette compensation, terme qui interviendra donc comme une perturbation.

Seul le capteur de position mesurant x_{dtm} est installé sur l'appareil ; la mesure qu'il réalise est liée à la période de la marche du patient pendant l'essai. La courbe figure 20 représente l'enregistrement de ce capteur :

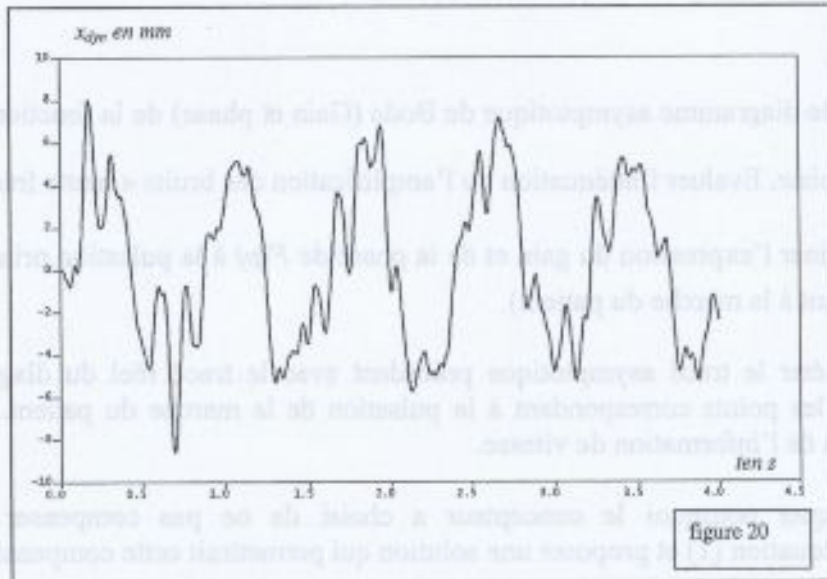
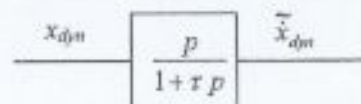


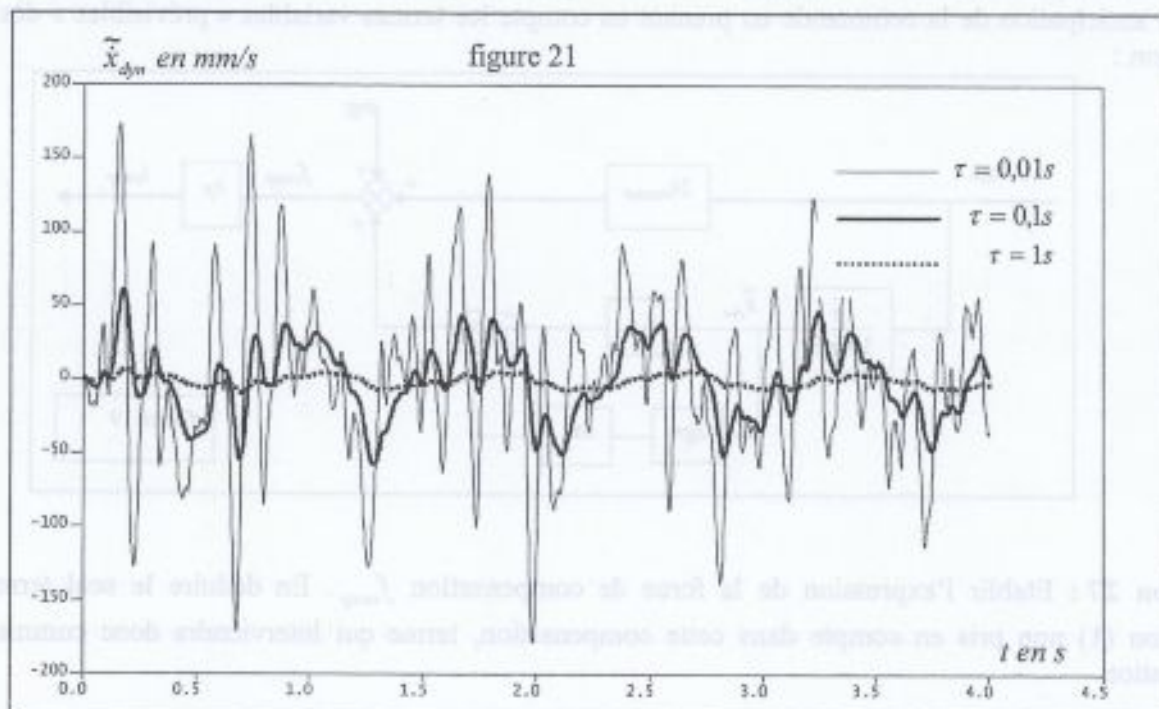
figure 20

Question 28 : Justifier que l'on peut modéliser la courbe par l'expression $x_{dtm} = x_0 \sin(\omega t + \varphi) + b$ où b représente un bruit de mesure relativement important. Déterminer approximativement les valeurs de x_0 , ω et φ . En déduire l'expression de la vitesse de déplacement \dot{x}_{dtm} et la valeur numérique de l'amplitude \dot{x}_{dtm0} .

On s'intéresse au choix de la constante de temps τ du bloc :



La courbe figure 21 représente la vitesse \tilde{x}_{dyn} pour 3 constantes de temps différentes :
 $\tau = 0,01s$; $\tau = 0,1s$ et $\tau = 1s$



Question 29 : Choisir la constante de temps τ qui permet de restituer le mieux la vitesse de déplacement \dot{x}_{dyn} . Justifier.

Question 30 : Tracer le diagramme asymptotique de Bode (Gain et phase) de la fonction $F(p) = \frac{P}{1 + \tau p}$ pour la valeur de τ choisie. Evaluer l'atténuation ou l'amplification des bruits « haute fréquence ».

Question 31 : Déterminer l'expression du gain et de la phase de $F(p)$ à la pulsation principale ω de x_{dyn} (pulsation correspondant à la marche du patient).

Question 32 : Compléter le tracé asymptotique précédent avec le tracé réel du diagramme de $F(p)$. Reporter sur ce tracé les points correspondant à la pulsation de la marche du patient. Conclure sur la qualité de la restitution de l'information de vitesse.

Question 33 : Expliquer pourquoi le concepteur a choisi de ne pas compenser tous les effets « prévisibles » dans l'équation (1) et proposer une solution qui permettrait cette compensation.

Sur le schéma-bloc global (figure 18), il apparaît que la mesure du déplacement x_{dyn} est filtrée avant conversion (bloc filtrage doublement encadré).

Ce bloc peut être modélisé par une fraction rationnelle d'ordre 3, de gain unitaire, de numérateur constant et dont les pôles sont : $p_1 = -20+40j$; $p_2 = -20-40j$; $p_3 = -50$ (aide numérique : $\sqrt{2000} \approx 45$)

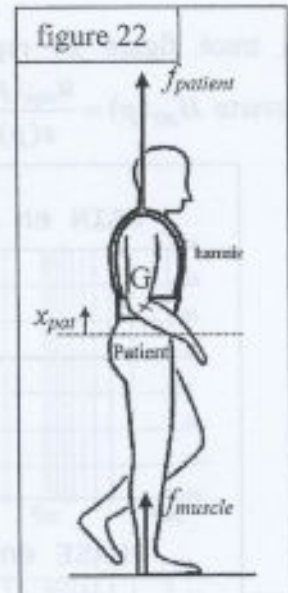
Question 34 : Donner l'expression $F_f(p)$ de sa fonction de transfert et tracer son diagramme asymptotique de Bode. Justifier son influence sur l'étude précédente.

3-4 Réglage du correcteur de la boucle « Contrôle dynamique »

Pour modéliser la boucle « Contrôle dynamique », l'équation (1) doit être complétée par l'équation (2) traduisant l'équilibre dynamique du patient (figure 22) :

$$f_{patient} + f_{muscle} - k_{pat}x_{pat} - d_{pat}\dot{x}_{pat} - m_{pat}g = m_{pat}\ddot{x}_{pat}$$

f_{muscle} représente l'effort de réaction du sol sur le patient, variable au cours de la marche et qui sera considéré comme une perturbation,
 k_{pat} représente la raideur du patient (ou sa « résistance » à l'allongement),
 d_{pat} représente le coefficient de frottement visqueux, modélisant les frottement du harnais avec le patient,
 x_{pat} représente le déplacement du centre de masse du patient lors de la marche.



D'autre part la modélisation classique du moteur à courant continu [E] conduit aux équations (3) et (4) :

$$u = k_e \omega_m + Ri + L \frac{di}{dt} \quad \text{et} \quad C_m = k_i i$$

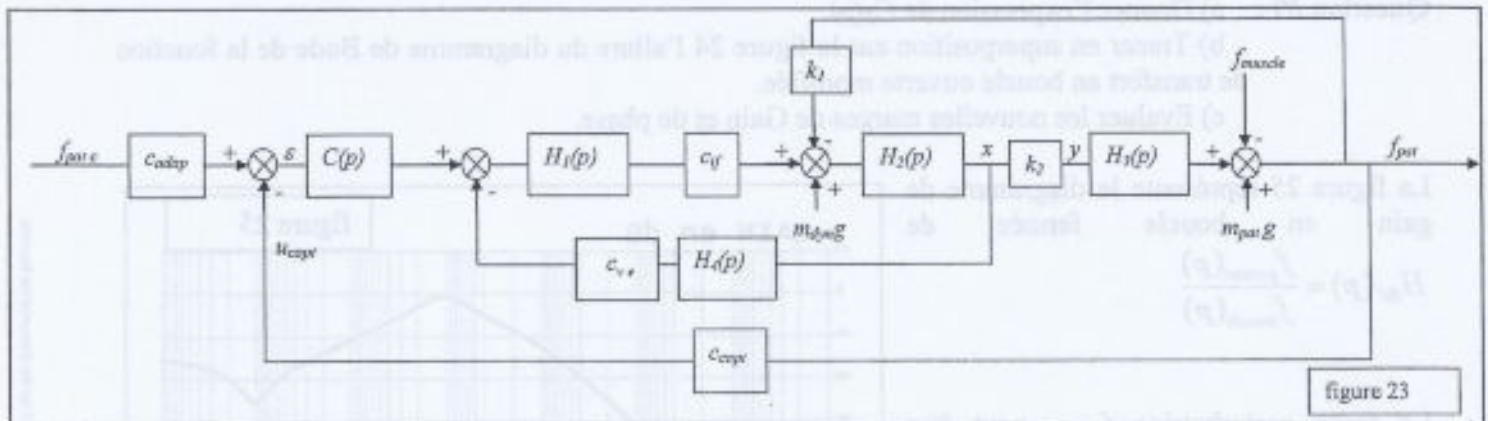
u et i représentent respectivement la tension et le courant de l'induit,
 R et L résistance et inductance de l'induit,
 C_m et ω_m le couple et la vitesse de rotation du moteur,
 k_e et k_i les constantes de vitesse et de couple du moteur.

Enfin dans l'équation (1), on néglige d_s et $\varepsilon(f)$ pour linéariser l'équation.

La figure 23 représente le schéma-bloc associé au modèle de connaissance du système modélisé par les équations (1), (2), (3) et (4).

Les coefficients c_{if} et c_{ve} représentent des coefficients de conversion, respectivement courant / force et vitesse / fcem.

Question 35 : Préciser l'expression des variables x et y apparaissant dans le schéma-bloc de la figure 23. Déterminer les fonctions de transfert $H_1(p)$, $H_2(p)$, $H_3(p)$, $H_4(p)$ et les gains k_1 et k_2 . Faire apparaître si nécessaire les signes de chaque fonction de transfert.

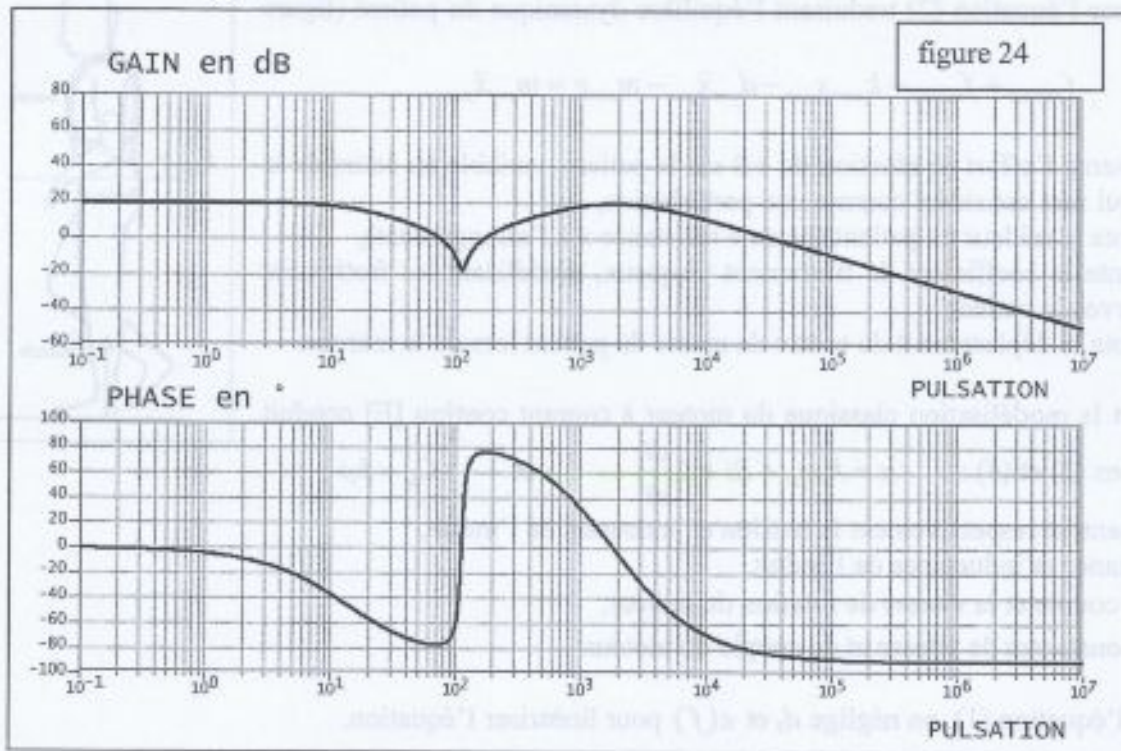


L'actionneur de la boucle de contrôle dynamique est un Moteur à courant continu de type MAXON RE40 (constante de couple $k_i = 30,2$ mNm/A), suivi d'un réducteur planétaire à 1 étage de rapport de réduction $r = \frac{1}{4}$ et d'un ensemble Vis/Ecrou à billes de pas $p_v = 2,5$ mm.

On suppose les rendements du réducteur et celui de l'ensemble Vis/Ecrou parfait.

Question 36 : Exprimer le coefficient c_{if} en fonction de p_v , r et k_i , donner son unité.

Le tracé figure 24 représente le diagramme de Bode de la fonction de transfert en Boucle Ouverte $H_{BO}(p) = \frac{u_{cap}(p)}{\varepsilon(p)}$ avec un correcteur proportionnel $C(p) = C_1(p) = k_{cor}$.



Question 37 : Le système est-il stable ? Evaluer les marges de Gain et de phase.

Question 38 : Commenter la précision en régime permanent. Evaluer l'écart statique pour un échelon de 400N. Comparer avec le cahier des charges.

Pour être conforme au cahier des charges, on utilise maintenant un correcteur Proportionnel Intégral $C_2(p)$ de gain identique au correcteur précédent et de constante de temps $\tau_i = 0,1s$.

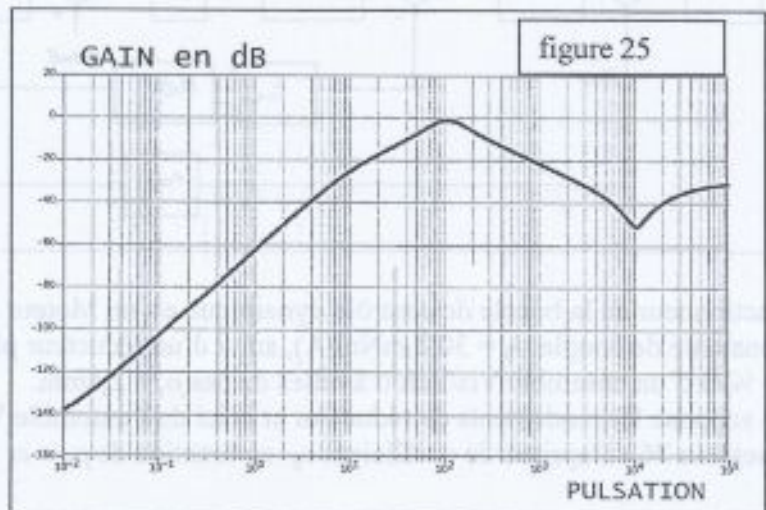
- Question 39 :**
- Donner l'expression de $C_2(p)$.
 - Tracer en superposition sur la figure 24 l'allure du diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte modifiée.
 - Evaluer les nouvelles marges de Gain et de phase.

La figure 25 représente le diagramme de gain en boucle fermée de

$$H_{BF}(p) = \frac{f_{patient}(p)}{f_{muscle}(p)}$$

La force perturbatrice f_{muscle} peut être assimilée à une force sinusoïdale d'amplitude 100N à la période de la marche 0,8s.

Question 40 : Déterminer la perturbation résiduelle attendue sur la force d'allègement du patient. Comparer au cahier des charges.



Fin du questionnaire

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Session 2013

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



Épreuve obligatoire de
MATHÉMATIQUES

Durée : 4 heures

Coefficient : 2



Ce sujet comporte :

- 1 page de garde
- 2 pages d'instructions pour remplir le QCM recto/verso
- 1 page d'avertissement
- 12 pages de texte/questions recto/verso

**L'USAGE DE CALCULATRICES, DE TELEPHONES PORTABLES
OU DE DOCUMENTS PERSONNELS N'EST PAS AUTORISE**



ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Département Admissions et
Vie des Campus

Toulouse, le 9 avril 2013

DE : Sylvie BESSE

Tél .: +33 (0) 5 62 17 44 37

Fax :+33 (0) 5 62 17 40 79

A : TOUS LES CHEFS DE CENTRE

Nombre de pages (y compris celle-ci) : 1

ICNA 2013

ERRATA

POUR L'ÉPREUVE DE MATHEMATIQUES OBLIGATOIRE

Page 2 – Question n° 4 – 1^{ère} ligne

Au lieu de : $\det(M\lambda-I)$

Lire : $\det(M-\lambda I)$

ÉPREUVE OBLIGATOIRE DE MATHÉMATIQUES**A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT**

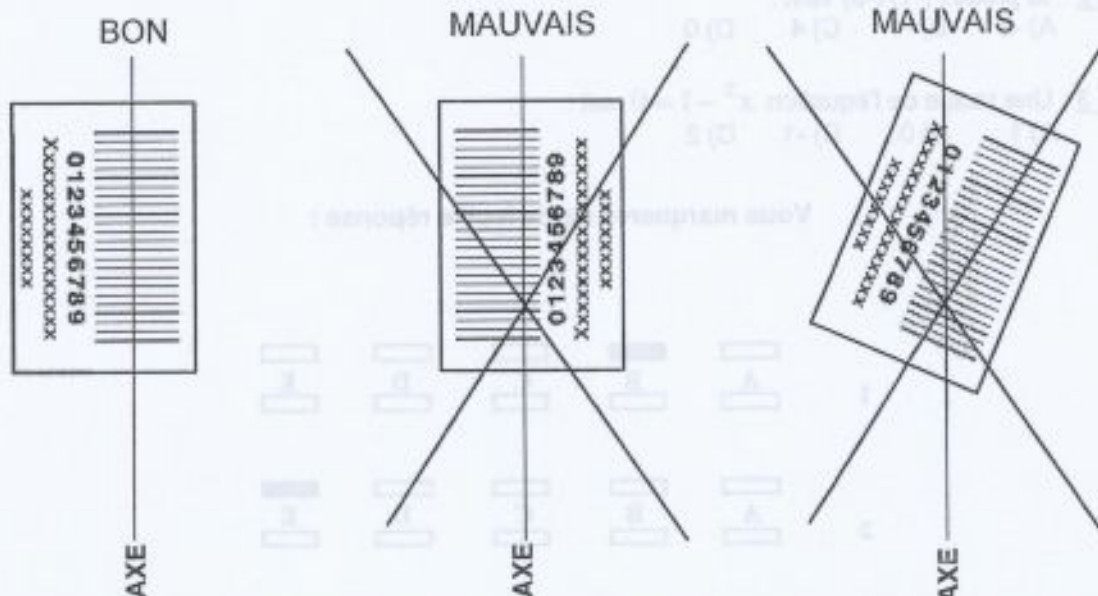
L'épreuve obligatoire de mathématiques de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

- 1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez, c'est-à-dire « épreuve obligatoire de mathématiques ».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, le trait vertical matérialisant l'axe de lecture du code barres (en haut à droite de votre QCM) doit traverser la totalité des barres de ce code.

EXEMPLES :

- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un **STYLO BILLE** ou une **POINTE FEUTRE** de couleur **NOIRE**.
- 3) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les feuilles de brouillons qui vous sont fournies à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.
- 5) Cette épreuve comporte 40 questions obligatoires ; certaines, de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée sur la page d'avertissements.

Chaque question comporte, au plus, deux réponses exactes.

Tournez la page SVP

- 6) A chaque question numérotée entre 1 et 40, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 41 à 100 seront neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne numérotée de 01 à 40, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

- ▶ soit vous décidez de ne pas traiter cette question, *la ligne correspondante doit rester vierge.*
- ▶ soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse : *vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.*
- ▶ soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes : *vous devez noircir deux des cases A, B, C, D et deux seulement.*
- ▶ soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne : *vous devez alors noircir la case E.*

Attention, toute réponse fautive entraîne pour la question correspondante une pénalité dans la note.

EXEMPLES DE RÉPONSES :

Question 1 : $1^2 + 2^2$ vaut :
A) 3 B) 5 C) 4 D) -1

Question 2 : le produit (-1) (-3) vaut :
A) -3 B) -1 C) 4 D) 0

Question 3 : Une racine de l'équation $x^2 - 1 = 0$ est :
A) 1 B) 0 C) -1 D) 2

Vous marquez sur la feuille réponse :

1	<input type="checkbox"/> A	<input checked="" type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E
2	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input checked="" type="checkbox"/> E
3	<input checked="" type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input checked="" type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E

AVERTISSEMENTS

L'usage de calculatrices, de téléphones portables ou de documents personnels n'est pas autorisé. Le sujet comporte 40 questions

QUESTIONS LIEES

1 à 20

21 à 38

39 et 40

PARTIE I

L'espace vectoriel \mathbb{R}^3 est rapporté à la base canonique $B = (e_1, e_2, e_3)$. On considère l'endomorphisme f de \mathbb{R}^3 qui à tout triplet (x, y, z) de \mathbb{R}^3 associe le triplet

$((2\alpha+1)x - \alpha y + (\alpha+1)z, (\alpha-2)x + (\alpha-1)y + (\alpha-2)z, (2\alpha-1)x + (\alpha-1)y + (2\alpha-1)z)$ où α est un paramètre réel.

id désigne l'endomorphisme identité de \mathbb{R}^3 et I la matrice unité de l'ensemble, $M_3(\mathbb{R})$, des matrices carrées d'ordre 3 à coefficients réels.

Question 1 : La matrice M de l'endomorphisme f par rapport à la base B s'écrit

A) $\begin{pmatrix} 2\alpha+1 & \alpha-2 & 2\alpha-1 \\ -\alpha & \alpha-1 & \alpha-1 \\ \alpha+1 & \alpha-2 & 2\alpha-1 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 2\alpha+1 & -\alpha & \alpha+1 \\ \alpha-2 & \alpha-1 & \alpha-2 \\ 2\alpha-1 & \alpha-1 & 2\alpha-1 \end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -3 & -2 & -3 \\ 3 & -2 & -3 \end{pmatrix}$ D) $\begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

Jusqu'à la question 13 incluse, on se place dans le cas où le paramètre α est égal à -1

Question 2 : Le rang de la matrice M est

- A) égal à 1 et $\text{Ker } f$ est une droite vectorielle
- B) égal à 3 car le rang d'une matrice est égal au nombre de colonnes non nulles de cette matrice
- C) inférieur ou égal à 2 car M a deux lignes identiques
- D) égal à 2 et $\text{Ker } f$ est un sous-espace vectoriel de dimension 2

Question 3 : On a

- A) $\text{Im } f \oplus \text{Ker } f = \mathbb{R}^3$
- B) $\text{Im } f$ est inclus dans le plan vectoriel d'équation $3x+2y+3z=0$
- C) $\text{Im } f$ contient le vecteur $e_2 + e_3$
- D) $\text{Ker } f$ admet $(0,1,1)$ comme base

Question 4 : Le polynôme caractéristique $\chi = \det(M \lambda - I)$ de la matrice M

- A) est de degré 2 car de manière générale le degré du polynôme caractéristique est égal au rang de l'endomorphisme auquel il est associé
- B) est de degré 3 car de manière générale le degré du polynôme caractéristique est égal au rang de l'endomorphisme auquel il est associé
- C) n'est pas divisible par λ car sinon sa trace serait nulle
- D) est égal à $\lambda^3 + 6\lambda^2 + 8\lambda$

Question 5 : L'endomorphisme f

- A) admet une seule valeur propre
- B) admet 0 pour valeur propre car f n'est pas un automorphisme
- C) admet 3 valeurs propres distinctes 0, 2 et 4
- D) admet une valeur propre double

Question 6 : L'endomorphisme f

- A) est diagonalisable car f admet trois valeurs propres distinctes
- B) n'est pas diagonalisable car f n'est pas bijectif
- C) n'est ni diagonalisable ni trigonalisable dans $M_3(\mathbb{R})$ car le polynôme caractéristique n'est pas scindé sur \mathbb{R}
- D) n'est pas diagonalisable mais est trigonalisable dans $M_3(\mathbb{R})$ car le polynôme caractéristique est scindé sur \mathbb{R}

Question 7 : On note $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ les valeurs propres, éventuellement confondues, rangées dans l'ordre croissant de l'endomorphisme f . On considère $B' = (v_1, v_2, v_3)$ la famille de trois vecteurs de \mathbb{R}^3 telle que, pour tout i compris entre 1 et 3, v_i soit un vecteur propre associé à λ_i dont la première composante dans la base B est égale à 1

- A) B' n'est pas une base de l'espace \mathbb{R}^3
- B) v_1 appartient à $\text{Ker } f$
- C) (v_1, v_2) est une base du sous-espace $\text{Im } f$
- D) $f(v_3)$ appartient à l'intersection des sous-espaces $\text{Ker } f$ et $\text{Im } f$

Question 8 : On note D la matrice de l'endomorphisme f dans la base B' , si elle existe, et on note P la matrice de passage de B à B' , si elle est définie

- A) D et P n'existe pas car B' n'est pas une base de \mathbb{R}^3
- B) $MP = PD$
- C) $PM = DP$
- D) M et D n'ont pas les mêmes valeurs propres

Question 9 : On considère le système (S)

$$\begin{cases} x + y + z = r \\ -3x - y + z = s \\ -3x - y - 5z/3 = t \end{cases}$$

où r, s, t sont des paramètres réels

- A) le système (S) n'admet pas de solution car ce n'est pas un système de Cramer
- B) le système (S) admet une infinité de solutions si les trois paramètres r, s, t sont nuls
- C) l'ensemble des solutions de (S) inclut le triplet $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = P^{-1} \begin{pmatrix} r \\ s \\ t \end{pmatrix}$
- D) l'ensemble des solutions de (S) ne contient qu'un seul élément qui vérifie $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} r \\ s \\ t \end{pmatrix}$

Question 10 : La matrice P^{-1}

- A) n'est pas définie
- B) est la matrice de passage de B' à B et vérifie $\text{rang } P + \text{rang } P^{-1} = 3$
- C) a les coefficients de ses lignes qui sont les composantes des vecteurs de B dans la base B'

D) est la matrice
$$\begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ 12 & -2 & 6 \\ 0 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

Question 11 : Soit n un entier naturel, on a

- A) $M^n = P^{-1} D^n P$
- B) $M^n = P D^n P^{-1}$
- C) pour tout n entier supérieur ou égal à 2 la dernière ligne de M^n est nulle
- D) pour tout n entier supérieur ou égal à 2, M^n a deux lignes identiques

Question 12 : Soit E l'ensemble des vecteurs u de \mathbb{R}^3 tels que $f(u) = b$ où b est un vecteur de \mathbb{R}^3

- A) Cet ensemble E est non vide si et seulement si b est le vecteur nul
- B) Cet ensemble E est non vide si et seulement si b appartient à $\text{Im } f$
- C) Si $b = v_1$ alors E est la droite vectorielle $\mathbb{R} v_1$
- D) E est un sous espace vectoriel de \mathbb{R}^3

On considère les systèmes différentiels linéaires

$$(I) \begin{cases} x_1' = -x_1 + x_2 \\ x_2' = -3x_1 - 2x_2 - 3x_3 \\ x_3' = -3x_1 - 2x_2 - 3x_3 \end{cases} \quad \text{et} \quad (II) \begin{cases} y_1' = -4y_1 \\ y_2' = -2y_2 \\ y_3' = 0 \end{cases}$$

Question 13 : On note (y_1, y_2, y_3) une solution de (II), s'il en existe

A) L'ensemble des solutions du système (II) est réduit à un seul élément

B) L'ensemble des solutions du système (II) est un espace vectoriel de dimension 3

C) Parmi les solutions de (I) on a $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$

D) Parmi les solutions de (I) on a $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = P^{-1} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$

Dans les cinq questions suivantes, on suppose $\alpha = 1$

Question 14 : Le sous espace vectoriel $\text{Ker } f$ est

A) une droite vectorielle de dimension 1

B) de dimension 2

C) réduit au vecteur nul car f est bijectif

D) de dimension non nulle au plus égale à 3 car f n'est pas injective

Question 15 : Soit (P) le plan d'équation $y + z = 0$ et (D) la droite d'équation $x = y = z$. On a

A) $\text{Ker } f$ est inclus dans P

B) $\text{Ker } f + D = P$

C) $x = -y = -z$ est une équation de $\text{Ker } f$

D) $2e_1 + e_2 - e_3$ est un vecteur de $\text{Ker } f$

Question 16 : On a

- A) $\lambda_1 = 0$ est une valeur propre double car M est de rang 1
- B) M est diagonalisable car toutes ses valeurs propres sont simples
- C) $\text{Im } f$ est un sous espace propre de dimension 1
- D) $\text{Ker } f$ est un sous espace propre de dimension 2

On considère les matrices N et Q définies par

$$N = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & a-1 & \\ -1 & b & 1 \end{pmatrix} \text{ et } Q = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

où a et b sont des paramètres réels

Question 17 : On considère l'équation matricielle (1) : $M N = N Q$

- A) elle donne un système de rang 1, donc a et b sont liés par une relation linéaire
- B) elle donne un système de rang 2, ce qui permet de déterminer les valeurs de a et b
- C) il existe une infinité de solutions (a,b) telles que $a + b = 0$
- D) le couple $(-2, -2)$ est solution

Question 18 :

- A) il existe une matrice inversible unique N vérifiant l'équation (1)
- B) l'équation $M N = N Q$ admet une solution mais la matrice N n'est pas inversible
- C) les matrices N et Q sont semblables
- D) les matrices M et Q sont semblables

Dans les deux dernières questions de cette partie, on pose $\alpha = 0$

Question 19 : La matrice M

- A) a toutes ses valeurs propres réelles et distinctes
- B) n'est pas diagonalisable car 0 est valeur propre
- C) le vecteur $e_1 - e_3$ est un vecteur propre de f et constitue une base de $\text{Ker}(f + id)$
- D) le vecteur $e_1 - e_2$ est un vecteur propre de f et constitue une base de $\text{Im} f$

Question 20 : La matrice M est telle que

- A) $M(M^2 + M + I) = 0$
- B) $M(M^2 - M + I) = 0$
- C) la matrice $M - I$ est inversible
- D) il existe deux suites (u_n) et (v_n) telles que pour tout n entier supérieur à 2

$$M^n = u_n M + v_n I$$

PARTIE II

On considère l'équation différentielle

$$(E) \quad x(x-1)y''(x) + 3xy'(x) + y(x) = 0$$

Question 21 : On note, si elle existe, $f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$ une solution de (E) développable en série entière de rayon de convergence R

- A) (E) n'admet pas de solution développable en série entière au voisinage de 0
- B) $(n+1)a_n - na_{n+1} = 0$ pour tout entier naturel n
- C) $((n+1)^2 x - n(n-1)) a_n = 0$ pour tout entier naturel n
- D) $(n+1)a_n - na_{n+1} = 0$ pour tout entier strictement positif n et a_0 arbitraire

Question 22 : Le rayon de convergence R de cette série entière solution de l'équation différentielle (E), si elle existe, est égal à

- A) 0 car la seule solution développable en série entière est la fonction nulle
- B) 0 car la suite de terme général a_{n+1}/a_n tend vers $+\infty$ quand n tend vers $+\infty$
- C) 1 car la suite de terme général a_{n+1}/a_n tend vers 1 quand n tend vers $+\infty$
- D) $+\infty$

Question 23 : Une série entière de rayon de convergence R , réel strictement positif, est

- A) toujours normalement convergente sur l'intervalle $]-R, R[$
- B) toujours absolument et simplement convergente sur l'intervalle $]-R, R[$
- C) simplement convergente sur l'intervalle $]-R, R[$ mais n'est pas nécessairement absolument convergente sur cet intervalle
- D) normalement convergente sur tout compact de l'intervalle $]-R, R[$

Question 24 : La suite (a_n) , n entier naturel, des coefficients du développement en série entière d'une solution de l'équation différentielle (E)

- A) est définie par $a_0 = 0$ et $a_n = na_1$ pour tout entier strictement positif n , où a_1 est un réel quelconque
- B) est définie pour tout entier naturel n par $a_n = na_0$ où a_0 est un réel quelconque
- C) est définie par $a_0 = 0$ et $a_n = (-1)^n na_1$ pour tout entier strictement positif n , où a_1 est un réel quelconque
- D) n'est pas définie car il n'existe pas de solution développable en série entière autre que la fonction nulle

Question 25 : La fonction f solution de (E) développable en série entière

- A) est nécessairement la fonction nulle
- B) est définie sur \mathbb{R} par $f(x) = a_1 x / ((1-x)^2)$
- C) est définie sur $]-1, 1[$ par $f(x) = a_1 x / ((1+x)^2)$
- D) est définie sur $]-1, 1[$ par $f(x) = a_1 x / ((1-x)^2)$

On considère les intervalles ouverts $I_1 =]-\infty, 0[$, $I_2 =]0, 1[$ et $I_3 =]1, +\infty[$ et on note \mathcal{S}_k l'ensemble des solutions de l'équation (E) sur l'intervalle I_k , pour k entier compris entre 1 et 3.

Question 26 : Une solution y_0 de l'équation différentielle (E) sur chacun des intervalles I_k , pour k entier compris entre 1 et 3,

- A) est définie par $y_0(x) = x / ((1+x)^2)$
- B) est définie par $y_0(x) = x / ((x-1)^2)$
- C) n'existe pas
- D) est nécessairement la fonction nulle

Question 27 : En effectuant le changement de fonction inconnue défini sur I_k , pour k entier compris entre 1 et 3, par $y = z y_0$ où y_0 est la fonction définie dans la question 21 et y une solution de (E), on obtient

- A) $z'' + \{2(y_0'/y_0) + (3/(x-1))\}z' = 0$ pour tout x appartenant à I_k
- B) $z'' + \{2(y_0'/y_0) + (3/(x+1))\}z' = 0$ pour tout x appartenant à I_k
- C) z' vérifie une équation différentielle linéaire du premier ordre
- D) la fonction z n'est soumise à aucune condition

Question 28 : On obtient alors, λ et μ désignant des réels et \ln la fonction logarithme népérien, pour tout x appartenant à I_k , pour k entier compris entre 1 et 3,

- A) $z'(x) = \lambda (x+1)/(x^2)$
- B) $z'(x) = (x-1)/(x^2)$
- C) $z(x) = \lambda(\ln|x| + (1/x))$
- D) $z(x) = \lambda(\ln|x| - (1/x)) + \mu$

Question 29 : Sur chacun des trois intervalles I_k , pour k entier compris entre 1 et 3, on obtient pour y solution de l'équation différentielle (E), λ et μ désignant des réels,

- A) $y(x) = \lambda(x \ln|x| + 1)/(x-1)^2$
- B) $y(x) = (\lambda(x \ln|x| + 1)/(x-1)^2) + (\mu x/(x-1)^2)$
- C) $y(x) = (\lambda(x \ln|x| - 1)/(x+1)^2) + (\mu x/(x+1)^2)$
- D) $y(x) = (\lambda(x \ln(x) + 1) + \mu x)/(x-1)^2$

Question 30 : Soit g une solution de (E) sur l'intervalle $]-\infty, 1[$

- A) il n'existe pas de solution de (E) sur $]-\infty, 1[$ autre que la fonction nulle
- B) g est continue sur $]-\infty, 1[$ mais n'est pas nécessairement dérivable en 0
- C) g est une fonction réelle de classe C^1 sur $]-\infty, 1[$ telle que la restriction à I_1 (respectivement I_2) appartient à \mathcal{S}_1 (respectivement \mathcal{S}_2)
- D) g est continue sur $]-\infty, 1[$ mais g' n'est pas nécessairement continue en 0

Question 31 : La fonction g définie à la question 25, si elle existe, vérifie

- A) $g(x) = (a(x \ln|x| + 1)/(x-1)^2) + (bx/(x-1)^2)$ où a et b sont des réels non nuls fixés
- B) $g(x) = (g(0)(x \ln|x| + 1)/(x-1)^2) + (bx/(x-1)^2)$ sur I_1 et $g(x) = (g(0)(x \ln|x| + 1)/(x-1)^2) + (cx/(x-1)^2)$ sur I_2 avec b et c réels distincts
- C) $g(0) = 0$ car sinon $|g'(x)|$ tend vers $+\infty$ lorsque x tend vers 0 ce qui est impossible puisque g est de classe C^1 sur $]-\infty, 1[$
- D) $g(x) = \alpha x/(x+1)^2$, α réel quelconque, d'après la continuité de g' en 0

Question 32 : L'ensemble des solutions de l'équation (E) sur $]-\infty, 1[$

A) est un espace vectoriel de dimension 1 dont la fonction g_0 , définie par

$$g_0(x) = x/((x-1)^2), \text{ est une base}$$

B) est la droite vectorielle engendrée par la fonction g_0 , définie par

$$g_0(x) = x/((x+1)^2)$$

C) est un espace vectoriel de dimension 2 comme ensemble de solutions d'une équation différentielle linéaire du second ordre

D) est l'espace vectoriel nul

Question 33 : Soit h une solution de (E) sur l'intervalle $]0, +\infty[$

A) il n'existe pas de solution de (E) sur $]0, +\infty[$ autre que la fonction nulle

B) h n'est pas continue en 1

C) h est continue sur $]0, +\infty[$ mais n'est pas dérivable en 1

D) h est continue et dérivable sur $]0, +\infty[$ mais h' n'est pas nécessairement continue en 1

Question 34 : On note l la fonction $l(x) = a(x \ln x + 1) + bx$

A) l est de classe C^∞ sur l'intervalle $]0, +\infty[$

B) le développement limité au voisinage de 1 à l'ordre 2 de la fonction l s'écrit

$$(a+b) + (a+b)(x-1) + (a/2)(x-1)^2 + o((x-1)^2)$$

C) le développement limité au voisinage de 1 à l'ordre 2 de la fonction l s'écrit

$$(a+b) + (a+b)x + (a/2)x^2 + o(x^2)$$

D) la fonction $l(x)/((x-1)^2)$ a une limite finie en 1 si et seulement si $b = -a$ et cette limite est dans ce cas égale à $a/2$

Question 35 : Les seules solutions possibles de l'équation (E) sur l'intervalle $]0, +\infty[$ sont les fonctions h définies par, a étant un réel fixé,

A) $h(x) = a((1-x) + x \ln x)/(x-1)^2$ pour x différent de 1 et $h(1) = a/2$

B) $h(x) = a((1-x) + x \ln x)/(x-1)^2$ pour x différent de 1 et $h(1) = -a/2$

C) $h(x) = a((1+x) + x \ln x)/(x-1)^2$ pour x différent de 1 et $h(1) = a/2$

D) $h(x) = a((x-1) + x \ln x)/(x-1)^2$ pour x différent de 1 et $h(1) = a/2$

Question 36 : Une solution h de (E) sur l'intervalle $]0, +\infty[$, a étant un réel fixé,

- A) ne peut être développable en série entière au voisinage de 1
- B) est développable en série entière au voisinage de 1 de rayon de convergence 1

C) s'écrit $a \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^{n+1} ((1/(n+2)) - (1/(n+1))) (x-1)^n$ pour tout x appartenant à $]0, 2[$

D) s'écrit $a \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^{n+1} ((1/(n+2)) - (1/(n+1))) x^n$ pour tout x appartenant à $]0, 1[$

Question 37 : Toute solution h de (E) sur l'intervalle $]0, +\infty[$

- A) est de classe C^∞ sur l'intervalle $]0, 2[$ mais ne peut être de classe C^∞ sur $]0, +\infty[$
- B) est de classe C^2 sur $]0, +\infty[$ mais ne peut être de classe C^∞ sur $]0, +\infty[$ car toute fonction de classe C^∞ est développable en série entière
- C) est de classe C^∞ sur l'intervalle $]1, +\infty[$ mais ne peut être de classe C^∞ sur $]0, +\infty[$
- D) est de classe C^∞ sur l'intervalle $]0, +\infty[$ puisqu'elle est de classe C^∞ sur $]1, +\infty[$ et développable en série entière au voisinage de 1 donc de classe C^∞ sur $]0, 2[$

Question 38 : On en conclut que

- A) l'ensemble des solutions de l'équation (E) sur $]0, +\infty[$ est l'espace vectoriel nul
- B) l'ensemble des solutions de l'équation (E) sur $]0, +\infty[$ est la droite vectorielle engendrée par la fonction h_0 , définie par

$$h_0(x) = ((1-x) + x \ln x) / (x-1)^2 \text{ pour } x \text{ différent de } 1 \text{ et } h_0(1) = 1/2$$

- C) l'ensemble des solutions de l'équation (E) sur \mathbb{R} est une droite vectorielle
- D) l'ensemble des solutions de l'équation (E) sur \mathbb{R} est réduit à la fonction nulle

PARTIE III

On considère la fonction g de la variable réelle x définie, lorsqu'elle existe, par
$$g(x) = x^n / (1-x^2)^{1/2} \text{ pour tout } n \text{ entier naturel}$$

Question 39 : Pour tout entier naturel n , on a

- A) la fonction g est définie et continue sur $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$
- B) la fonction g est définie et continue sur $[0, +\infty[- \{1\}$
- C) la fonction g est définie, continue et positive sur $[0, 1[$
- D) $] -1, 1[$ est le plus grand intervalle sur lequel la fonction g est de classe C^∞

Question 40 : La fonction g

- A) est, pour tout n entier naturel, intégrable sur $]0, 1[$ car toute fonction positive et continue sur un intervalle ouvert est intégrable sur cet intervalle ouvert
- B) est, pour tout n entier naturel, intégrable sur $[0, 1[$ car g est positive, continue sur $[0, 1[$ et équivalente au voisinage de 1 à $1/(2(1-x))^{1/2}$ fonction intégrable sur $]-\infty, 1[$
- C) n'est pas intégrable sur $[0, 1[$ car la fonction n'est pas prolongeable par continuité en 1
- D) est, pour tout n entier naturel, intégrable sur $] -1, 1[$ car g est continue sur $] -1, 1[$ et $|g|$ est équivalente au voisinage de 1 à $1/(2(1-x))^{1/2}$ et à $1/(2(1+x))^{1/2}$ au voisinage de -1 fonctions intégrables sur $] -1, 1[$

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Session 2013

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



Épreuve optionnelle obligatoire de
MATHÉMATIQUES

Durée : 4 heures

Coefficient : 3



Ce sujet comporte :

- 1 page de garde
- 2 pages d'instructions pour remplir le QCM recto/verso
- 1 page d'avertissements
- 13 pages de texte recto/verso

**L'USAGE DE CALCULATRICES, DE TELEPHONES PORTABLES
OU DE DOCUMENTS PERSONNELS N'EST PAS AUTORISE**

ÉPREUVE OPTIONNELLE OBLIGATOIRE DE MATHÉMATIQUES**A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT**

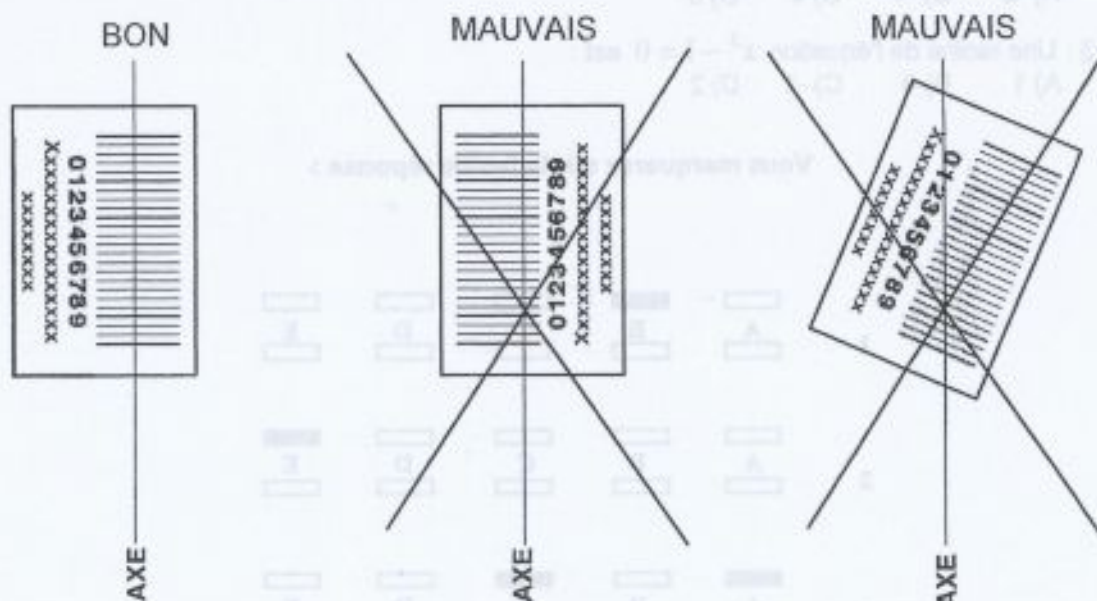
L'épreuve optionnelle obligatoire de mathématiques de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

- 1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez**, c'est-à-dire « épreuve optionnelle obligatoire de mathématiques ».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, le trait vertical matérialisant l'axe de lecture du code barres (en haut à droite de votre QCM) doit traverser la totalité des barres de ce code.

EXEMPLES :

- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un **STYLO BILLE** ou une **POINTE FEUTRE** de couleur **NOIRE**.
- 3) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les feuilles de brouillons qui vous sont fournies à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.
- 5) Cette épreuve comporte 40 questions obligatoires ; certaines, de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée sur la page d'avertissements.

Chaque question comporte, au plus, deux réponses exactes.

Tournez la page SVP

- 6) A chaque question numérotée entre 1 et 40, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 41 à 100 seront neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne numérotée de 01 à 40, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

- ▶ soit vous décidez de ne pas traiter cette question, la ligne correspondante doit rester vierge.
- ▶ soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse : vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.
- ▶ soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes : vous devez noircir deux des cases A, B, C, D et deux seulement.
- ▶ soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne : vous devez alors noircir la case E.

Attention, toute réponse fautive entraîne pour la question correspondante une pénalité dans la note.

EXEMPLES DE RÉPONSES

Question 1 : $1^2 + 2^2$ vaut :
A) 3 B) 5 C) 4 D) -1

Question 2 : le produit (-1) (-3) vaut :
A) -3 B) -1 C) 4 D) 0

Question 3 : Une racine de l'équation $x^2 - 1 = 0$ est :
A) 1 B) 0 C) -1 D) 2

Vous marquerez sur la feuille réponse :

1	<input type="checkbox"/> A	<input checked="" type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E
2	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input checked="" type="checkbox"/> E
3	<input checked="" type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input checked="" type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E

AVERTISSEMENTS

L'usage de calculatrices, de téléphones portables ou de documents personnels n'est pas autorisé. Le sujet comporte 40 questions

QUESTIONS LIEES

1 à 10

11 à 28

29 à 40

PARTIE I

On considère les fonctions φ_1 qui à u élément du segment $I=[0,\pi/2]$, associe $\varphi_1(u) = 1/(x^2 (\cos u)^2 + (\sin u)^2)$ et φ_2 qui à u élément du segment I associe $\varphi_2(u) = (\sin u)/(x^2 (\cos u)^2 + (\sin u)^2)$, x étant un paramètre réel.

Question 1: La fonction φ_1

- A) est définie sur I pour tout x réel
- B) est définie sur I pour tout x réel positif ou nul
- C) est définie et continue sur I pour x réel strictement positif
- D) est continue sur I uniquement pour x réel strictement positif

Question 2: La fonction φ_2

- A) est dérivable sur I pour tout x réel non nul
- B) est dérivable sur I pour tout x réel
- C) est dérivable sur $]0,\pi/2[$ pour tout x réel et a pour dérivée $\varphi_2'(u) = (x^2 (\cos u)^3 + 2(x^2 - 1/2)(\cos u)(\sin u)^2)/(x^2 (\cos u)^2 + (\sin u)^2)^2$
- D) a pour dérivée pour tout u appartenant à I et pour tout x réel strictement positif $\varphi_2'(u) = (\cos u)/(1-x^2)(\sin 2u)$

Question 3: Les intégrales $\int_0^{\pi/2} \varphi_1(u) du$ et $\int_0^{\pi/2} \varphi_2(u) du$

- A) sont définies pour tout x réel car toute fonction continue sur un segment est intégrable sur ce segment
- B) sont définies pour tout x réel non nul car toute fonction définie sur segment est intégrable sur ce segment
- C) sont définies pour x réel strictement positif uniquement
- D) sont divergentes pour $x = 0$ car les fonctions φ_1 et φ_2 sont équivalentes à la fonction $1/u^2$ au voisinage de 0

Question 4: L'intégrale généralisée $\int_0^{+\infty} (1/(1+t^2)) dt$

- A) est divergente car la fonction $1/(1+t^2)$ n'est pas définie en $+\infty$
- B) est convergente car toute fonction continue sur $[0, +\infty[$ et admettant une limite finie en $+\infty$ a une intégrale généralisée convergente sur cet intervalle
- C) est absolument convergente car la fonction $1/(1+t^2)$ est continue positive sur $[0, +\infty[$ et est équivalente à $1/t^2$ en $+\infty$
- D) est convergente et vaut $\pi/2$

Question 5: On pose $J(x) = \int_0^{x/2} \varphi_1(u) du$ et $K(x) = \int_0^{x/2} \varphi_2(u) du$

lorsque ces intégrales sont convergentes. On obtient en utilisant les changements de variable $t = (\tan u)/x$ et $v = \cos u$ lorsque x appartient à l'intervalle $]0, 1[$

A) $J(x) = \int_0^{\pi/2} x(1+x^2 t^2) / ((1+x^2 t^2)(1+t^2) x^2) dt$

B) $J(x) = \int_0^{+\infty} (1/(1+t^2)) dt = \pi/2$

C) $K(x) = \int_0^1 (1/(x^2 v^2 + 1 - v^2)) dv$

D) $K(x) = \int_0^1 (1/(1 - (1-x^2) v^2)) dv = (1/(2(1-x^2)^{1/2})) \ln((1+(1-x^2)^{1/2}) / (1 - (1-x^2)^{1/2}))$

Question 6: On pose $J(x) = \int_0^{x/2} \varphi_1(u) du$ et $K(x) = \int_0^{x/2} \varphi_2(u) du$, x appartenant à $]0, 1[$

On obtient en utilisant les changements de variable $t = (\tan u)/x$ et $v = \cos u$

A) $J(x) = \int_0^{\pi/2} x(1+x^2 t^2) / ((1+x^2 t^2)(1+t^2) x^2) dt$

B) $J(x) = \int_0^1 (1/(1+t^2)) dt = \pi/2$

C) $K(x) = \int_0^1 (1/(x^2 v^2 - 1 + v^2)) dv$

D) $K(x) = \int_0^1 (1/(1 - (1-x^2) v^2)) dv = (1/(2(1-x^2)^{1/2})) \ln((1+(1-x^2)^{1/2}) / (1 - (1-x^2)^{1/2}))$

PARTIE II

On considère l'application f définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = x \int_0^{x/2} u \varphi_1(u) du$

Question 7: La fonction f vérifie

- A) $f(1) = 0$
- B) $f(1) = \pi^2/8$
- C) $f(x) + f(1/x) = x \pi^2/4$ pour tout x appartenant à l'intervalle $]0, +\infty[$
- D) $f(x) + f(1/x) = \pi^2/4$ pour tout x appartenant à l'intervalle $]0, +\infty[$

Question 8: La fonction h définie sur \mathbb{R} par $h(u) = u - (\pi \sin u)/2$ vérifie

- A) h est indéfiniment dérivable sur \mathbb{R}
- B) h est dérivable mais n'est pas 2 fois dérivable sur \mathbb{R}
- C) h est positive sur $[0, \pi/2]$ car h' est strictement positive sur ce segment
- D) h est négative ou nulle sur $[0, \pi/2]$ car h est décroissante puis croissante sur ce segment

Question 9: On a pour tout x appartenant à l'intervalle $]0, 1[$

- A) $x K(x)\pi/2 \leq f(x)$
- B) $0 \leq f(x) \leq x K(x)\pi/2$
- C) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ car $K(x)$ est équivalent à $-2 \ln x$ en 0
- D) $\pi/2 \leq \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

Question 10: Lorsque x tend vers $+\infty$, $f(x)$ a pour limite, si elle existe,

- A) $+\infty$
- B) $-\infty$
- C) $\pi^2/4$
- D) $(\pi^2/4) - (\pi/2)$

PARTIE II

n et p désignent des entiers naturels strictement positifs. \mathbb{R} désigne l'ensemble des nombres réels et \mathbb{C} l'ensemble des nombres complexes.

On note $\mathcal{M}_p(\mathbb{R})$ l'ensemble des matrices carrées d'ordre p à coefficients réels ; M étant un élément de cet ensemble, on désigne par tM la matrice transposée de M .

On note \mathcal{O}_p l'ensemble des matrices orthogonales d'ordre p , \mathcal{S}_p l'ensemble des matrices symétriques d'ordre p , \mathcal{F}_p l'ensemble des matrices A antisymétriques d'ordre p telles que $A^2 = -I_p$ où I_p est la matrice unité dans l'ensemble des matrices carrées d'ordre p .

Si l'on désigne par X un vecteur de \mathbb{C}^p , \overline{X} désigne le vecteur dont les coordonnées sont les nombres complexes conjugués des coordonnées du vecteur X .

Question 11 : Tout élément A

- A) de l'ensemble \mathcal{S}_p vérifie ${}^tA = A$
- B) de l'ensemble \mathcal{O}_p vérifie ${}^tA = A$
- C) de l'ensemble \mathcal{F}_p vérifie ${}^tA = -A$
- D) de l'ensemble \mathcal{O}_p appartient à l'ensemble \mathcal{S}_p

Question 12 : On a

- A) tout élément de l'ensemble \mathcal{S}_p est inversible
- B) tout élément A de l'ensemble \mathcal{O}_p est inversible car le déterminant $\det A = 1$
- C) toute matrice antisymétrique d'ordre p est non inversible car ses coefficients diagonaux sont tous nuls
- D) pour qu'une matrice antisymétrique d'ordre p soit inversible il est nécessaire que l'entier p soit pair

Question 13 : L'ensemble \mathcal{F}_p est

- A) non vide pour tout p entier strictement positif
- B) vide pour tout p entier strictement positif
- C) non vide uniquement dans le cas où l'entier strictement positif p est pair
- D) non vide uniquement dans le cas où l'entier strictement positif p est impair

Question 14 : L'ensemble \mathcal{O}_p est

- A) un sous-espace vectoriel sur \mathbb{R} de l'espace vectoriel $\mathcal{M}_p(\mathbb{R})$
- B) un sous-anneau de l'anneau $\mathcal{M}_p(\mathbb{R})$
- C) un groupe pour la loi d'addition des matrices
- D) un groupe pour la loi de multiplication des matrices

Question 15 : L'ensemble \mathcal{S}_p est

- A) un groupe pour la loi de multiplication des matrices
- B) un sous-espace vectoriel sur \mathbb{R} de l'espace vectoriel $\mathcal{M}_p(\mathbb{R})$ et un sous-anneau de l'anneau $\mathcal{M}_p(\mathbb{R})$
- C) un sous-espace vectoriel sur \mathbb{R} de l'espace vectoriel $\mathcal{M}_p(\mathbb{R})$ mais n'est pas un sous-anneau de l'anneau $\mathcal{M}_p(\mathbb{R})$
- D) un sous-anneau de l'anneau $\mathcal{M}_p(\mathbb{R})$ mais n'est pas un sous-espace vectoriel de l'espace vectoriel $\mathcal{M}_p(\mathbb{R})$

Question 16 : On désigne par J_n la matrice de $\mathcal{M}_{2n}(\mathbb{R})$ définie par la décomposition par blocs

$$J_n = \begin{pmatrix} 0 & -I_n \\ I_n & 0 \end{pmatrix} \quad \text{pour tout } n \text{ entier strictement positif. On a}$$

- A) J_n appartient à \mathcal{F}_n
- B) il n'existe aucun entier strictement positif p tel que J_n appartienne à \mathcal{F}_p
- C) J_n appartient à \mathcal{F}_{2n}
- D) J_n appartient à \mathcal{O}_{2n}

Soit A un élément, s'il en existe, de l'ensemble \mathcal{F}_{2n} . On désigne par f , s'il existe, l'endomorphisme de \mathbb{C}^{2n} dont la matrice associée par rapport à la base canonique de \mathbb{C}^{2n} est la matrice A

Question 17 : Soit P un élément de l'ensemble \mathcal{O}_{2n} . Alors la matrice $B = {}^t P A P$

- A) appartient à \mathcal{S}_{2n}
- B) est antisymétrique mais n'appartient pas à \mathcal{F}_{2n}
- C) n'est ni symétrique ni antisymétrique
- D) est inversible et a pour inverse la matrice ${}^t P A^{-1} P$ où A^{-1} désigne l'inverse de A

Question 18 : On a

- A) le spectre de la matrice A est inclus dans l'ensemble $\{-1, 1\}$
- B) le spectre de la matrice A est inclus dans l'ensemble $\{-i\}$
- C) $-i$ est valeur propre de l'endomorphisme f car la matrice $(A + i I_{2n})$ n'est pas inversible puisque A est une matrice à coefficients réels
- D) les valeurs propres complexes de l'endomorphisme f sont conjuguées deux à deux car A est une matrice à coefficients réels

Question 19 : Soit x un vecteur de \mathbb{C}^{2n} , alors

- A) le vecteur $f(x) + ix$ est vecteur propre de l'endomorphisme f associé à la valeur propre i
- B) le vecteur $f(x) + x$ est vecteur propre de l'endomorphisme f associé à la valeur propre 1
- C) le vecteur $f(x) - ix$ est vecteur propre de l'endomorphisme f associé à la valeur propre i
- D) le vecteur $f(x)$ est vecteur propre de l'endomorphisme f associé à la valeur propre -1 , car $A^2 = -I_{2n}$

Question 20 :

- A) \mathbb{C}^{2n} est égal à la somme directe des deux sous-espaces propres de l'endomorphisme f
- B) \mathbb{C}^{2n} est égal à la somme directe des trois sous-espaces propres de l'endomorphisme f
- C) l'endomorphisme f est diagonalisable
- D) l'endomorphisme f n'est pas diagonalisable

Question 21 : De manière générale

- A) un espace vectoriel E sur \mathbb{C} est nécessairement un espace vectoriel sur \mathbb{R} et sa dimension sur \mathbb{R} est le double de sa dimension sur \mathbb{C}
- B) un espace vectoriel E sur \mathbb{R} est nécessairement un espace vectoriel sur \mathbb{C}
- C) pour pouvoir étendre la structure d'espace vectoriel de E sur \mathbb{R} au corps des complexes \mathbb{C} , il faut que la dimension de E sur \mathbb{R} soit paire
- D) pour pouvoir étendre la structure d'espace vectoriel de E sur \mathbb{R} au corps des complexes \mathbb{C} , il suffit que la dimension de E sur \mathbb{R} soit paire

Question 22 : On désigne par \dim_K la dimension d'un espace vectoriel sur le corps K . Soit u l'application qui à tout élément X de \mathbb{C}^{2n} associe X . on note E_i le sous-espace propre de f associé à la valeur propre λ_i , u vérifie

- A) u est linéaire lorsque \mathbb{C}^{2n} est considéré comme espace vectoriel sur \mathbb{C}
- B) u est linéaire lorsque \mathbb{C}^{2n} est considéré comme espace vectoriel sur \mathbb{R}
- C) les dimensions sur \mathbb{R} des espaces vectoriels $u(E_i)$ et E_i sont égales
- D) $\dim_{\mathbb{R}} u(E_i) = (\dim_{\mathbb{R}} E_i) - 1$

Question 23 : On a

- A) $u(E_1)$ est inclus dans E_2 et $u(E_2)$ est inclus dans E_1
- B) $\dim_{\mathbb{C}} E_1 = n + 1$
- C) $\dim_{\mathbb{R}} E_1 = \dim_{\mathbb{R}} E_2 = n$
- D) $\dim_{\mathbb{C}} E_1 = \dim_{\mathbb{C}} E_2 = n$

Question 24 : Soit X et Y deux vecteurs de l'espace vectoriel \mathbb{C}^{2n}

- A) si X et Y appartiennent à deux sous-espaces propres de f distincts alors X et Y sont orthogonaux
- B) si X et Y appartiennent au même sous-espace propre de f alors X et Y sont orthogonaux car ${}^tYX = 0$
- C) si X et Y appartiennent au même sous-espace propre de f alors X et Y sont orthogonaux car ${}^tY\bar{X} = 0$
- D) si X et Y appartiennent au même sous-espace propre de f alors ${}^tYX = 0$ car la matrice A appartient à l'ensemble \mathcal{O}_{2n}

Question 25:

- A) il n'existe pas de base orthonormale de l'espace vectoriel \mathbb{C}^{2n} formée de vecteurs propres de f
- B) la famille $(X_1, X_2, \dots, X_n, \bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n)$, où (X_1, X_2, \dots, X_n) est une base orthonormale du sous-espace propre E_1 , constitue une base orthonormale de \mathbb{C}^{2n}
- C) la famille $(X_1, X_2, \dots, X_n, iX_1, iX_2, \dots, iX_n)$, où (X_1, X_2, \dots, X_n) est une base orthonormale du sous-espace propre E_1 , constitue une base orthonormale de \mathbb{C}^{2n}
- D) la famille $(X_1, X_2, \dots, X_{n+1}, \bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_{n-1})$, où $(X_1, X_2, \dots, X_{n+1})$ est une base orthonormale du sous-espace propre E_1 , constitue une base orthonormale de \mathbb{C}^{2n}

Soit (X_1, X_2, \dots, X_n) une base orthonormale, s'il en existe, du sous-espace propre E_1 . On pose pour tout entier j compris entre 1 et n , $Z_j = X_j + \bar{X}_j$ et $Z_{j+n} = i(X_j - \bar{X}_j)$.

Question 26: On a alors, pour tout entier j compris entre 1 et n ,

- A) $AZ_j = -Z_j$ et $AZ_{j+n} = Z_{j+n}$
- B) $AZ_{j+n} = -Z_j$ et $AZ_j = -Z_{j+n}$
- C) ${}^tZ_j Z_j = {}^tZ_{j+n} Z_{j+n} = 0$
- D) ${}^tZ_j Z_j = {}^tZ_{j+n} Z_{j+n} = 1$

Question 27: Pour tout entier j et k compris entre 1 et n , on a

- A) si j et k sont distincts, ${}^tZ_j Z_k = {}^tZ_{j+n} Z_{k+n} = 0$
- B) ${}^tZ_j Z_k = {}^tZ_{j+n} Z_{k+n} = 0$
- C) ${}^tZ_j Z_{k+n} = i({}^tX_j X_k + {}^t\bar{X}_j X_k - {}^t\bar{X}_j X_k + {}^tX_j X_k) = 0$
- D) la famille $(Y_1, Y_2, \dots, Y_{2n})$ définie, pour tout entier j compris entre 1 et $2n$ par $\sqrt{2} Y_j = Z_j$, constitue une base orthonormale de \mathbb{R}^{2n}

Question 28: J_n étant la matrice de $\mathcal{M}_{2n}(\mathbb{R})$ définie à la question 16, on a

- A) la matrice de l'endomorphisme f dans la base orthonormale $(Y_1, Y_2, \dots, Y_{2n})$ définie à la question 27, est égale à $-J_n$
- B) la matrice de l'endomorphisme f dans la base orthonormale $(Y_1, Y_2, \dots, Y_{2n})$ définie à la question 27, est égale à J_n
- C) la matrice de l'endomorphisme f dans la base orthonormale $(Z_1, Z_2, \dots, Z_{2n})$ est égale à J_n
- D) la matrice de passage P de la base canonique à la base $(Y_1, Y_2, \dots, Y_{2n})$ définie à la question 27, appartient à \mathcal{O}_{2n} et est telle que $J_n = {}^t P A P$

PARTIE III

On note F la fonction définie par

$$F(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} / n^x$$

et G la fonction définie sur $]1, +\infty[$ par

$$G(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} 1/n^x$$

\mathbb{R} désigne l'ensemble des nombres réels. $E(y)$ désigne la partie entière du réel y

Question 29 : On pose $f_n(x) = (-1)^{n-1} / n^x$. On établit que

- A) la série de fonctions de terme général $f_n(x)$ converge uniformément sur \mathbb{R}
- B) la série de fonctions de terme général $f_n(x)$ converge normalement donc uniformément sur l'intervalle $[0, +\infty[$
- C) la série de fonctions de terme général $f_n(x)$ ne peut pas converger uniformément sur l'intervalle $[0, +\infty[$
- D) la fonction F tend vers 1 quand x tend vers $+\infty$ car la fonction u_n tend vers 0 pour tout n entier supérieur ou égal à 2 et série de fonctions de terme général $f_n(x)$ converge normalement donc uniformément sur l'intervalle $[2, +\infty[$

Question 30 : Soit x un réel strictement positif. On considère h_x la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par

$$h_x(t) = (\ln t)/t^x. \text{ On montre que}$$

- A) la fonction h_x est dérivable mais n'est pas de classe C^∞ sur $]0, +\infty[$
- B) la suite de terme général $(\ln n)/n^x$ est décroissante à partir du rang $E(e^{1/x})$ car la fonction h_x est décroissante sur $[e^{1/x}, +\infty[$ et croissante sur $]0, e^{1/x}]$
- C) la suite de terme général $(\ln n)/n^x$ est croissante à partir du rang $E(e^{1/x}) + 1$ car la fonction h_x est croissante sur $[e^{1/x}, +\infty[$ et décroissante sur $]0, e^{1/x}]$
- D) la suite de terme général $(\ln n)/n^x$ est décroissante

Question 31 : On établit que

- A) la série de fonctions de terme général $f_n'(x)$ converge uniformément sur tout intervalle $[a, +\infty[$ où a est un réel strictement positif
- B) la série de fonctions de terme général $f_n'(x)$ est une série alternée divergente sur $[1, +\infty[$
- C) la fonction F n'est pas dérivable sur l'intervalle $]0, +\infty[$
- D) la fonction F est de classe C^1 sur l'intervalle $]0, +\infty[$

Question 32 : On montre que

- A) $F(x) = (1 - 2^x)G(x)$ pour tout x strictement supérieur à 1
- B) $F(x) = (2^{1-x} - 1)G(x)$ pour tout x strictement supérieur à 1
- C) la fonction G tend vers 1 quand x tend vers $+\infty$ car les fonctions F et G sont équivalentes en $+\infty$
- D) la fonction G tend vers -1 quand x tend vers $+\infty$ car les fonctions F et $-G$ sont équivalentes en $+\infty$

Question 33 : On considère la suite de fonctions (u_n) , n entier naturel non nul, définies sur l'intervalle $[0,1[$ par

$$u_n(t) = \sum_{k=0}^n (-t)^k. \text{ On établit que}$$

- A) la suite de fonction de terme général u_n diverge sur l'intervalle $[0,1[$
- B) la suite de fonction de terme général u_n converge simplement vers la fonction $U(t) = 1/(1-t)$ sur l'intervalle $[0,1[$
- C) $F(1) = -\ln 2$ en utilisant le théorème de convergence dominée
- D) $F(1) = \ln 2$ en utilisant le théorème de convergence dominée

Question 34 : Le développement limité au voisinage de 1

- A) de la fonction F à l'ordre 1 s'écrit $F(x) = \ln 2 + x F'(1) + o(x)$
- B) de la fonction F à l'ordre 1 s'écrit $F(x) = \ln 2 + (1-x)F'(1) + o(1-x)$
- C) de la fonction $(1-2^{1-x})$ à l'ordre 2 s'écrit $1-2^{1-x} = x \ln 2 - (\ln 2)^2 x^2 / 2 + o(x^2)$
- D) de la fonction $(1-2^{1-x})$ à l'ordre 2 s'écrit $1-2^{1-x} = (x-1) \ln 2 - (\ln 2)^2 (x-1)^2 / 2 + o((x-1)^3)$

Question 35 : On en déduit que la fonction G peut s'écrire au voisinage de 1^+

- A) $G(x) = (1/x) + ((F'(1)/\ln 2) + (\ln 2)/2) + o(1)$
- B) $G(x) = (1/(x-1)) + ((F'(1)/\ln 2) + (\ln 2)/2) + o(1)$
- C) $G(x) = (x-1) + ((F'(1)/\ln 2) + (\ln 2)/2) + o(x-1)$
- D) $G(x) = (1/(x-1)) - ((F'(1)/\ln 2) + (\ln 2)/2) + o(1)$

Question 36 : On considère la série de fonctions de terme général v_n , n entier naturel non nul, définies sur le segment $[1,2]$ par

$$v_n(x) = (1/n^x) - \int_n^{n+1} dt/t^x. \text{ On montre que}$$

- A) la série de fonctions de terme général v_n diverge sur $[1,2]$
- B) la série de fonctions de terme général v_n converge simplement sur $[1,2]$ car $0 \leq v_n(x) \leq (1/n^x) - (1/(n+1)^x)$ terme général d'une série convergente
- C) la série de terme général $v_n(x)$ a pour somme $G(x) - (1/(1-x))$ sur l'intervalle $]1,2]$
- D) la série de terme général $v_n(x)$ a pour somme $G(x)$ sur l'intervalle $]1,2]$

Question 37 : La série de fonctions de terme général v_n

- A) converge uniformément sur le segment $[1,2]$
- B) converge uniformément sur tout segment $[\alpha,2]$ de l'intervalle $]1,2]$ mais ne converge pas uniformément sur le segment $[1,2]$
- C) ne peut pas converger uniformément sur le segment $[1,2]$ car la série diverge sur cet intervalle
- D) ne peut pas converger uniformément sur le segment $[1,2]$ car la série ne converge pas normalement sur cet intervalle

Question 38 : On note γ la somme, si elle existe, de la série numérique de terme général $v_n(1)$, n entier naturel non nul. On montre que

- A) la somme de la série de fonctions de terme général v_n est continue sur l'intervalle $]1,2]$ mais n'est pas continue en 1
- B) la somme de la série de fonctions de terme général v_n est continue sur le segment $[1,2]$ comme somme d'une série de fonctions continues uniformément convergente sur $[1,2]$
- C) $G(x) = (1/x) + \gamma + o(1)$ au voisinage de 1^+ et $F'(1) = \ln 2(\gamma - \ln 2/2)$
- D) $G(x) = (1/(x-1)) + \gamma + o(1)$ au voisinage de 1^+ et $F'(1) = \ln 2(\gamma - \ln 2/2)$

On désigne par $\mathbb{R}[X]$ l'ensemble des polynômes à coefficients réels. On identifie un polynôme et sa fonction polynomiale associée.

On dit qu'une suite (B_n) de $\mathbb{R}[X]$ est une suite de polynômes de Bernoulli si elle vérifie les propriétés suivantes:

$B_0 = 1$, et pour tout entier naturel non nul n , $B_n' = n B_{n-1}$ et $\int_0^1 B_n(t) dt = 0$

On admet qu'il existe une et une seule suite de polynômes de Bernoulli que l'on notera (B_n) , on l'appelle la suite de polynômes de Bernoulli. On pose $b_n = B_n(0)$.

Soit k un entier naturel, on définit l'application g_k de \mathbb{R} dans \mathbb{R} par :

$g_k(x) = B_{2k}(x/2\pi)$ pour tout x appartenant à l'intervalle $[0,2\pi[$ et g_k est périodique de période 2π .

Question 39 : Pour tout k entier naturel, la suite $(S_p(g_k))$, p entier naturel, des sommes partielles associée à la série de Fourier de la fonction g_k

- A) converge en moyenne quadratique vers la fonction g_k sur le segment $[0, 2\pi]$
- B) converge en moyenne quadratique vers la fonction g_k sur \mathbb{R}
- C) converge normalement donc uniformément vers la fonction g_k sur \mathbb{R} car g_k est continue et de classe C^1 par morceaux sur \mathbb{R}
- D) converge uniformément vers la fonction g_k sur \mathbb{R} , mais ne converge pas normalement sur \mathbb{R} car g_k n'est pas de classe C^1 sur \mathbb{R}

Question 40 : Pour tout k entier naturel et pour tout x réel, on a:

A) $g_k(x) = (a_0(k)/2) + \sum_{n=0}^{\infty} (a_n(k)\cos(nx) + b_n(k)\sin(nx))$ avec $a_0=0$, $a_n(k)=(-1)^{k-1}(2k)!/(2\pi n)^k = b_n(k)$
pour tout $n>0$

B) $g_k(x) = (a_0(k)/2) + \sum_{n=0}^{\infty} (a_n(k)\cos(nx) + b_n(k)\sin(nx))$ avec $a_0=0$, $a_n(k)=2(-1)^{k+1}(2k)!/(2\pi n)^{2k}$
 $b_n(k)=0$
pour tout $n>0$

C) $b_{2k} = 2(-1)^{k-1}(2k)!/(2\pi)^{2k} G(2k)$

D) $b_{2k} = (-1)^{k-1}(2k)!/(2\pi)^{2k} G(2k)$

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Session 2013

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



Épreuve obligatoire de
PHYSIQUE

Durée : 4 heures

Coefficient : 2



Ce sujet comporte :

- 1 page de garde
- 2 pages d'instructions pour remplir le QCM recto/verso
- 1 page d'avertissements
- 14 pages de texte/questions recto/verso

**L'USAGE DE CALCULATRICES, DE TELEPHONES PORTABLES
OU DE DOCUMENTS PERSONNELS N'EST PAS AUTORISE**

ÉPREUVE OBLIGATOIRE DE PHYSIQUE

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve obligatoire de physique de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

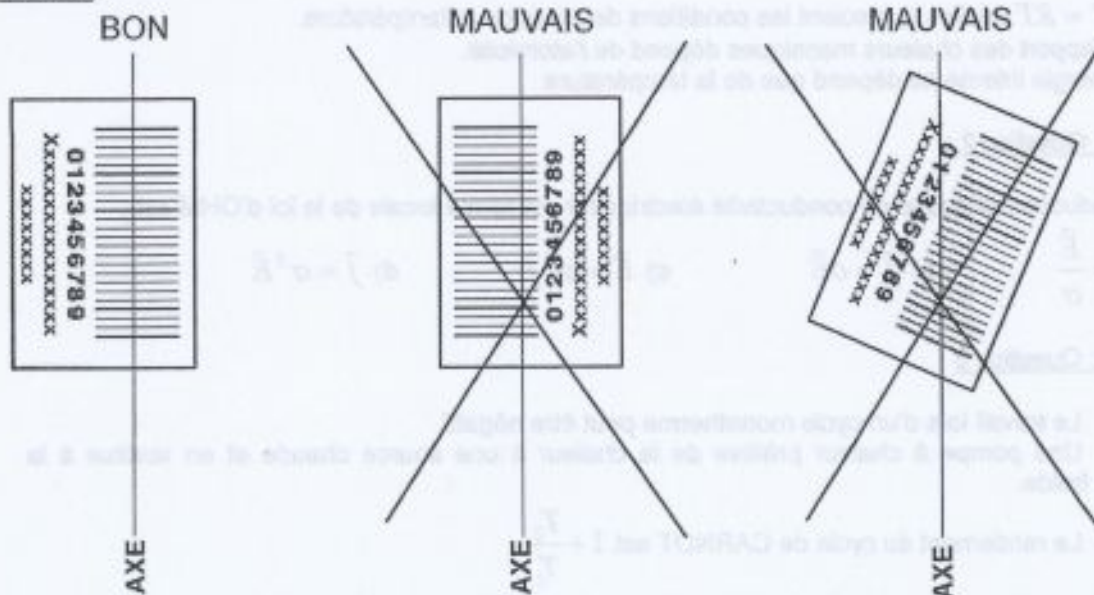
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

- 1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez**, c'est-à-dire « épreuve obligatoire de physique ».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, le trait vertical matérialisant l'axe de lecture du code barres (en haut à droite de votre QCM) doit traverser la totalité des barres de ce code.

EXEMPLES :



- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un **STYLO BILLE** ou une **POINTE FEUTRE** de couleur **NOIRE**.
- 3) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les feuilles de brouillon qui vous seront fournies à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.
- 5) Cette épreuve comporte 40 questions obligatoires, certaines, de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée sur la page d'avertissement.

Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

Tournez la page SVP

- 6) A chaque question numérotée entre 1 et 40, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 41 à 100 sont neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne numérotée de 01 à 40, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

- ▶ soit vous décidez de ne pas traiter cette question, la ligne correspondante doit rester vierge.
- ▶ soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse : vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.
- ▶ soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes : vous devez noircir deux des cases A, B, C, D et **deux seulement**.
- ▶ soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne : vous devez alors noircir la case E.

Attention, toute réponse fautive entraîne pour la question correspondante une pénalité dans la note.

EXEMPLES DE RÉPONSES

Exemple I : Question 1 :

Pour une mole de gaz réel :

- a) $\lim_{P \rightarrow 0}(PV) = RT$, quelle que soit la nature du gaz.
- b) $PV = RT$ quelles que soient les conditions de pression et température.
- c) Le rapport des chaleurs massiques dépend de l'atomicité.
- d) L'énergie interne ne dépend que de la température.

Exemple II : Question 2 :

Pour un conducteur ohmique de conductivité électrique σ , la forme locale de la loi d'OHM est :

- a) $\vec{j} = \frac{\vec{E}}{\sigma}$
- b) $\vec{j} = \sigma \vec{E}$
- c) $\vec{E} = \sigma^2 \vec{j}$
- d) $\vec{j} = \sigma^2 \vec{E}$

Exemple III : Question 3 :

- a) Le travail lors d'un cycle monotherme peut être négatif.
- b) Une pompe à chaleur prélève de la chaleur à une source chaude et en restitue à la source froide.
- c) Le rendement du cycle de CARNOT est $1 + \frac{T_2}{T_1}$.
- d) Le phénomène de diffusion moléculaire est un phénomène réversible.

Vous marquerez sur la feuille réponse :

1	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	A	B	C	D	E
2	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	A	B	C	D	E
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
	A	B	C	D	E

AVERTISSEMENTS

L'usage de calculatrices, de téléphones portables ou de documents personnels n'est pas autorisé.

Dans certaines questions, les candidats doivent choisir la réponse parmi plusieurs valeurs numériques. Les valeurs fausses qui sont proposées sont suffisamment éloignées de la valeur exacte arrondie selon les règles habituelles, pour éliminer toute ambiguïté dans le choix de la bonne réponse.

Questions liées :

Electromagnétisme : 01 à 10

Optique ondulatoire : 11 à 20

Circuit électrique : 21 à 30

Thermodynamique : 31 à 40

Question 1 :

Dans le repère $\mathcal{R} = (O, xyz)$ de base associée $\mathcal{B} = (\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$, on considère un segment $[CD]$, de longueur ℓ , de centre O , d'axe Oz , et parcouru par un courant continu d'intensité I , circulant dans le sens des z croissants. On s'intéresse au champ magnétique $\vec{B}_{CD}(M)$ créé par le segment $[CD]$, en un point M quelconque de son plan médiateur.

On associe à M la base cylindropolaire $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z)$, et on note μ_0 la perméabilité du vide. Pour la distribution de courant :

- A) Le plan $(M, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$ est un plan de symétrie négative ou plan d'antisymétrie.
- B) Le plan $(M, \vec{e}_x, \vec{e}_z)$ est un plan de symétrie positive.
- C) Le plan $(M, \vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi)$ est un plan de symétrie négative ou plan d'antisymétrie.
- D) Le plan $(M, \vec{e}_\rho, \vec{e}_z)$ est un plan de symétrie positive.

Question 2 :

Concernant le vecteur $\vec{B}_{CD}(M)$:

- A) Comme $\vec{B}_{CD}(M)$ est un vecteur axial, il appartient au plan $(M, \vec{e}_\rho, \vec{e}_z)$.
- B) Comme $\vec{B}_{CD}(M)$ est un vecteur axial, il est perpendiculaire au plan $(M, \vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi)$.
- C) Comme $\vec{B}_{CD}(M)$ est un vecteur polaire, il appartient au plan $(M, \vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi)$.
- D) Comme $\vec{B}_{CD}(M)$ est un vecteur polaire, il est perpendiculaire au plan $(M, \vec{e}_\rho, \vec{e}_z)$.

Question 3 :

Dans la base $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$, le déplacement élémentaire au point de coordonnées (q_1, q_2, q_3) s'écrit $d\vec{l} = h_1 dq_1 \vec{e}_1 + h_2 dq_2 \vec{e}_2 + h_3 dq_3 \vec{e}_3$, où h_1 , h_2 et h_3 sont des coefficients métriques positifs.

On note $d\vec{l}(M)$ et $d\vec{l}(P)$ respectivement les vecteurs déplacements élémentaires aux points M et P .

Le champ magnétique élémentaire $d\vec{B}_p(M)$ créé en M par un élément de courant en un point P de coordonnées $(0, 0, z_p)$ dans \mathcal{B} s'écrit :

$$\text{A) } d\vec{B}_p(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l}(M) \times \vec{PM}}{\|\vec{PM}\|^3}$$

$$\text{B) } d\vec{B}_p(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{PM} \times I d\vec{l}(P)}{\|\vec{PM}\|^3}$$

$$\text{C) } d\vec{B}_p(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l}(P) \times \vec{MP}}{\|\vec{MP}\|^3}$$

$$\text{D) } d\vec{B}_p(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{MP} \times I d\vec{l}(M)}{\|\vec{PM}\|^3}$$

Question 4 :

Soit α l'angle entre les vecteurs \overline{PM} et \overline{OM} . On peut écrire :

$$\text{A) } \left\| d\overline{B}_p(M) \right\| = \frac{\mu_0 I \cos \alpha d\alpha}{4\pi \rho}$$

$$\text{B) } \left\| d\overline{B}_p(M) \right\| = \frac{\mu_0 I \rho \cos \alpha dz_p}{4\pi (\rho^2 + z_p^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\text{C) } \left\| d\overline{B}_p(M) \right\| = \frac{\mu_0 I \rho dz_p}{4\pi (\rho^2 + z_p^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\text{D) } \left\| d\overline{B}_p(M) \right\| = \frac{\mu_0 I \rho \cos \alpha d\alpha}{4\pi (\rho^2 + z_p^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Question 5 :

Par intégration, on obtient :

$$\text{A) } \left\| \overline{B}(M) \right\| = \frac{\mu_0 I \ell}{4\pi \rho \left(\rho^2 + \frac{\ell^2}{4} \right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\text{B) } \left\| \overline{B}(M) \right\| = \frac{\mu_0 I \ell}{4\pi \rho \left(\rho^2 + \frac{\ell^2}{4} \right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\text{C) } \left\| \overline{B}(M) \right\| = \frac{\mu_0 I \ell}{2\pi \rho (4\rho^2 + \ell^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\text{D) } \left\| \overline{B}(M) \right\| = \frac{\mu_0 I \ell}{2\pi \rho (4\rho^2 + \ell^2)^{\frac{1}{2}}}$$

Question 6 :

On considère un hexagone régulier, de centre O et d'axe Oz , dont les six côtés ont la longueur ℓ . Il est parcouru par un courant continu d'intensité I . La norme du champ magnétique $\overline{B}_c(O)$ créé au point O par l'hexagone s'écrit :

$$\text{A) } \left\| \overline{B}_c(O) \right\| = \frac{3 \mu_0 I}{2 \pi \ell}$$

$$\text{B) } \left\| \overline{B}_c(O) \right\| = \sqrt{3} \frac{\mu_0 I}{\pi \ell}$$

$$\text{C) } \left\| \overline{B}_c(O) \right\| = \frac{3\sqrt{3} \mu_0 I}{2 \pi \ell}$$

$$\text{D) } \left\| \overline{B}_c(O) \right\| = \frac{\sqrt{3} \mu_0 I}{2 \pi \ell}$$

Question 7 :

On considère un dodécagone, de centre O et d'axe Oz , dont les douze côtés sont de longueur ℓ . Il est parcouru par un courant continu d'intensité I . Sachant que $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right) \approx 0,25$, la norme du champ magnétique $\vec{B}_{12}(O)$ créé au point O par le dodécagone s'écrit approximativement :

A) $\|\vec{B}_{12}(O)\| = \frac{24}{3\sqrt{3}} \frac{\mu_0 I}{\pi \ell}$

B) $\|\vec{B}_{12}(O)\| = 2\sqrt{3} \frac{\mu_0 I}{\pi \ell}$

C) $\|\vec{B}_{12}(O)\| = \frac{8}{11} \frac{\mu_0 I}{\pi \ell}$

D) $\|\vec{B}_{12}(O)\| = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\mu_0 I}{\pi \ell}$

Question 8 :

On considère maintenant un polygone de centre O et d'axe Oz , dont les n côtés sont de longueur ℓ . Il est parcouru par un courant continu d'intensité I . La norme du champ magnétique $\vec{B}_n(O)$ créé au point O par le polygone s'écrit :

A) $\|\vec{B}_n(O)\| = \frac{\mu_0 n I}{\pi \ell} \tan\left(\frac{\pi}{n}\right) \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)$

B) $\|\vec{B}_n(O)\| = \frac{\mu_0 n I}{\pi \ell} \tan\left(\frac{\pi}{n}\right) \cos\left(\frac{\pi}{n}\right)$

C) $\|\vec{B}_n(O)\| = \frac{\mu_0 n I}{\pi \ell} \tan^2\left(\frac{\pi}{n}\right)$

D) $\|\vec{B}_n(O)\| = \frac{\mu_0 n I}{\pi \ell} \tan^2\left(\frac{\pi}{n}\right) \cos\left(\frac{\pi}{n}\right)$

Question 9 :

Le polygone est constitué d'un très grand nombre n de côtés de longueur ℓ ($n \rightarrow \infty$), de sorte qu'on peut l'assimiler à une spire de rayon R , de centre O et d'axe Oz , parcouru par un courant continu d'intensité I . La norme du champ magnétique $\vec{B}_\infty(O)$ créé par la spire au point O peut s'écrire :

A) $\|\vec{B}_\infty(O)\| = \frac{2\mu_0 I}{R}$

B) $\|\vec{B}_\infty(O)\| = \frac{2\sqrt{3}\mu_0 I}{R}$

C) $\|\vec{B}_\infty(O)\| = \frac{\mu_0 I}{2R}$

D) $\|\vec{B}_\infty(O)\| = \frac{\mu_0 I}{2\sqrt{3}R}$

Question 10 :

Les lignes de champ magnétique créé par la spire de la question 9 :

- A) Sont convergentes.
- B) Sont divergentes.
- C) Se referment sur elles-mêmes.
- D) Sont tangentes en tout point au champ magnétique.

Question 11 :

Dans un repère $\mathcal{R} = (O, xyz)$, un montage optique d'axe Oz est réalisé de manière à observer sur un écran (\mathcal{E}) les systèmes de diffraction de Fraunhofer obtenus à l'aide de différents diaphragmes (\mathcal{D}) de diffraction, situés dans le plan de front (xOy). On associe à l'écran (\mathcal{E}) les axes $O_i x_i$ et $O_i y_i$, parallèles respectivement à Ox et Oy , avec O_i appartenant à Oz . La source ponctuelle (S), située sur Oz , émet une longueur d'onde λ . La diffraction de Fraunhofer :

- A) Est observée directement à une distance finie de (\mathcal{D}).
- B) Est observée directement à une distance considérée comme infinie de (\mathcal{D}).
- C) Peut être observée dans le plan focal image d'une lentille convergente.
- D) Peut être observée dans le plan focal objet d'une lentille convergente.

Question 12 :

(\mathcal{D}) est une fente de dimension a selon Ox , et b selon Oy , centrée sur Oz . Le système de diffraction observé présente une dispersion angulaire :

A) $\frac{\lambda}{a}$ le long de $O_i x_i$.

B) $\frac{a}{\lambda}$ le long de $O_i x_i$.

C) $\frac{\lambda}{a}$ le long de $O_i y_i$.

D) $\frac{a}{\lambda}$ le long de $O_i y_i$.

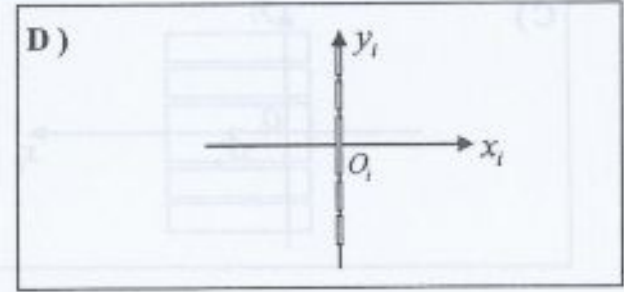
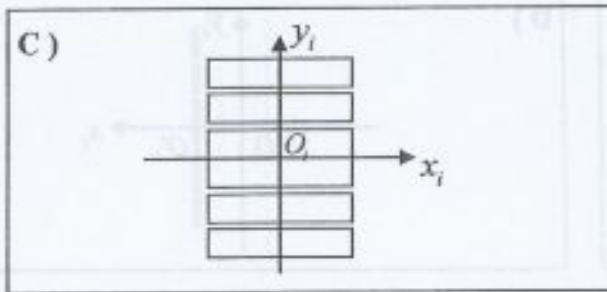
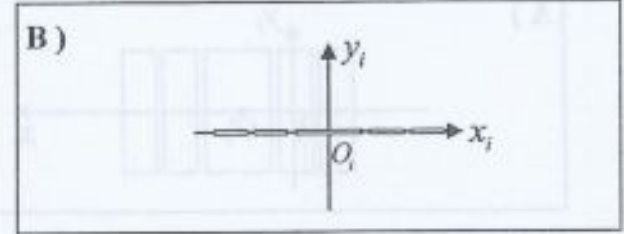
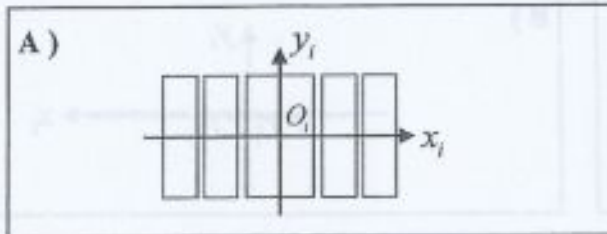
Question 13 :

Le phénomène de diffraction est :

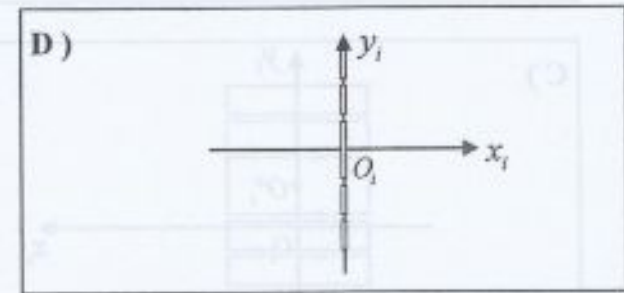
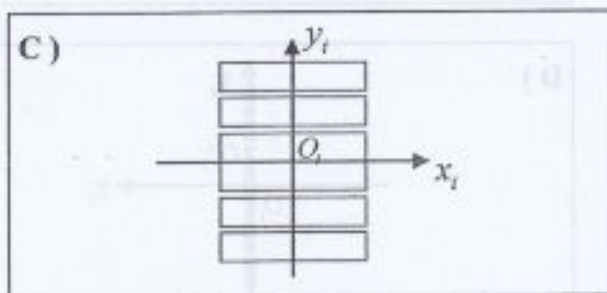
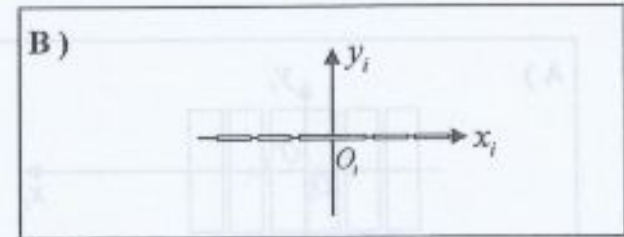
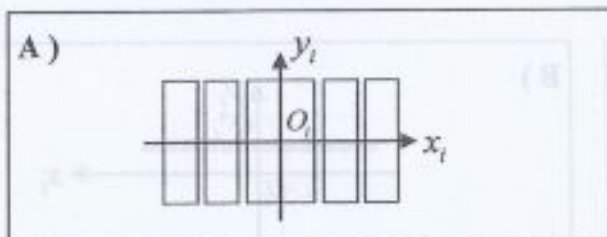
- A) Centré au point O_i .
- B) Centré au point de coordonnées (a, b) .
- C) Symétrique par rapport au point O_i .
- D) Identique suivant les deux directions $O_i x_i$ et $O_i y_i$.

Question 14 :

(\mathcal{D}) est tel que $b \gg a$. Sur (\mathcal{E}), on observe alors :

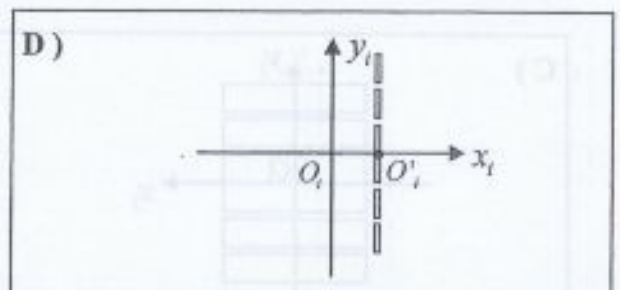
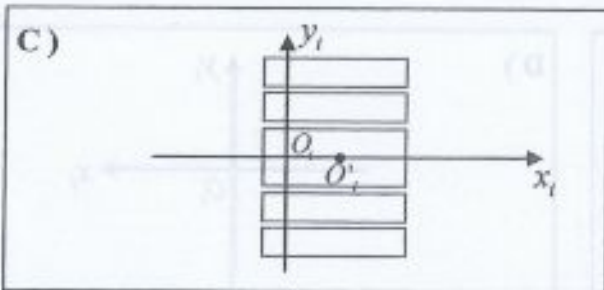
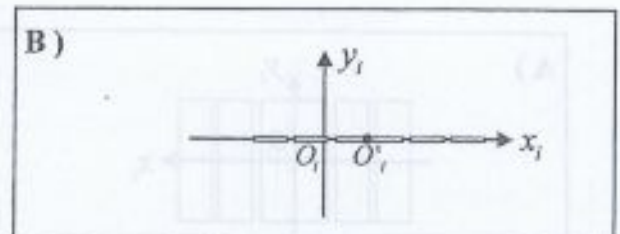
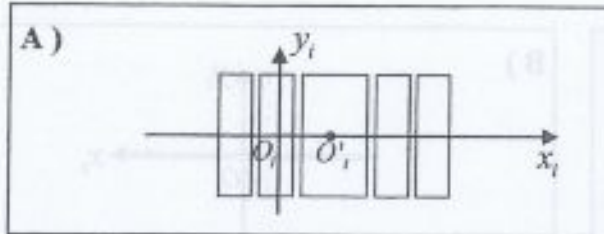
**Question 15 :**

(\mathcal{D}) est tel que $a \gg b$. Sur (\mathcal{E}), on observe alors :



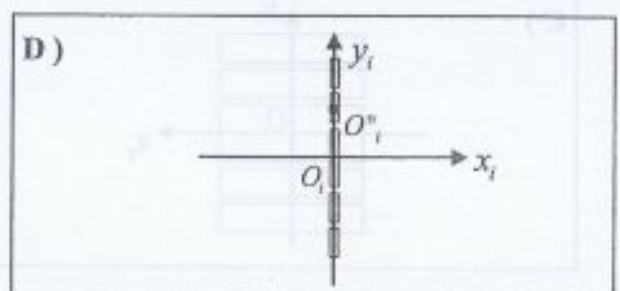
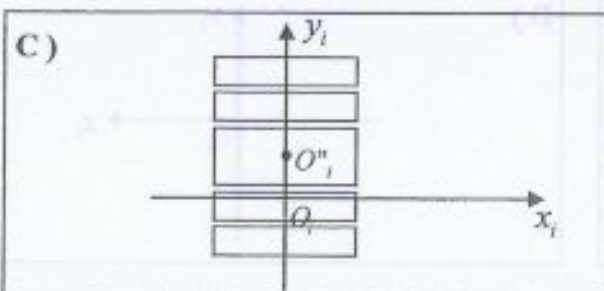
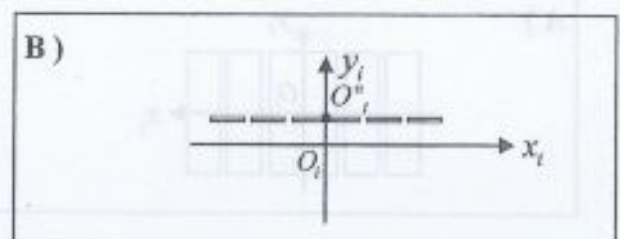
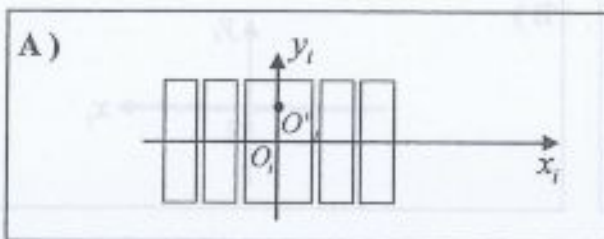
Question 16 :

(\mathcal{D}) est une fente de largeur a selon Ox , et de longueur $b \gg a$ selon Oy , centrée au point O' de coordonnées $(a, 0)$. O'_i étant l'image sur (\mathcal{E}) de O' à travers le montage optique, on observe alors :



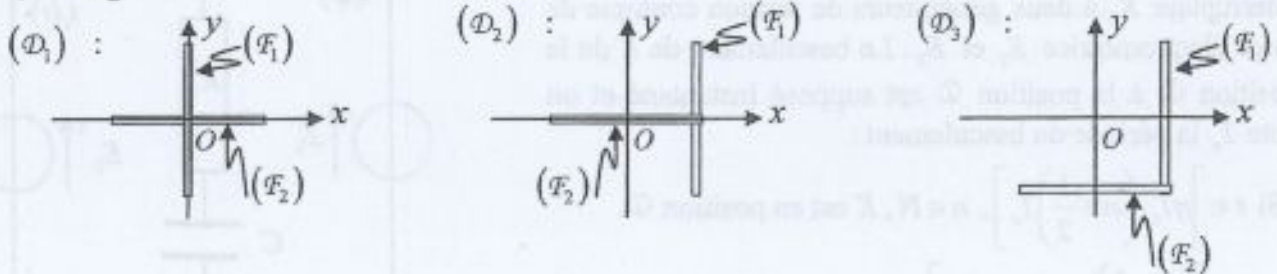
Question 17 :

(\mathcal{D}) est une fente de largeur a selon Ox , et de longueur $b \gg a$ selon Oy , centrée au point O'' de coordonnées $(0, b)$. O''_i étant l'image sur (\mathcal{E}) de O'' à travers le montage optique, on observe alors :



Question 18 :

On interpose maintenant successivement trois diaphragmes de diffraction (\mathcal{D}), notés (\mathcal{D}_1), (\mathcal{D}_2) et (\mathcal{D}_3), représentés ci-dessous, et tous trois constitués de deux fentes identiques (\mathcal{F}_1) et (\mathcal{F}_2) infiniment fines, de largeur a .



- A) (\mathcal{F}_1) et (\mathcal{F}_2) se comportent comme deux sources mutuellement incohérentes.
- B) (\mathcal{F}_1) et (\mathcal{F}_2) se comportent comme deux sources mutuellement cohérentes.
- C) Sur l'écran, on observe deux systèmes de diffraction.
- D) Sur l'écran, on observe deux systèmes interférentiels.

Question 19 :

Soit (\mathcal{E}_1), (\mathcal{E}_2) et (\mathcal{E}_3) les diagrammes obtenus respectivement avec (\mathcal{D}_1), (\mathcal{D}_2) et (\mathcal{D}_3).

- A) (\mathcal{E}_2) est identique à (\mathcal{E}_1), mais décalé suivant $O_i x_i$.
- B) (\mathcal{E}_1) et (\mathcal{E}_2) sont totalement identiques.
- C) (\mathcal{E}_3) est identique à (\mathcal{E}_2), mais décalé suivant $O_i y_i$.
- D) (\mathcal{E}_2) et (\mathcal{E}_3) sont totalement identiques.

Question 20 :

Les diaphragmes (\mathcal{D}_1), (\mathcal{D}_2) et (\mathcal{D}_3) sont maintenant constitués de fentes (\mathcal{F}'_1) et (\mathcal{F}'_2), de largeur $2a$. On note (\mathcal{E}'_1), (\mathcal{E}'_2) et (\mathcal{E}'_3) les diagrammes correspondants.

- A) (\mathcal{E}'_1) présente une dispersion angulaire deux fois plus grande que celle de (\mathcal{E}_1).
- B) (\mathcal{E}'_1) présente une dispersion angulaire quatre fois plus grande que celle de (\mathcal{E}_1).
- C) (\mathcal{E}'_1) présente une dispersion angulaire deux fois plus petite que celle de (\mathcal{E}_1).
- D) (\mathcal{E}'_1), (\mathcal{E}'_2) et (\mathcal{E}'_3) sont identiques.

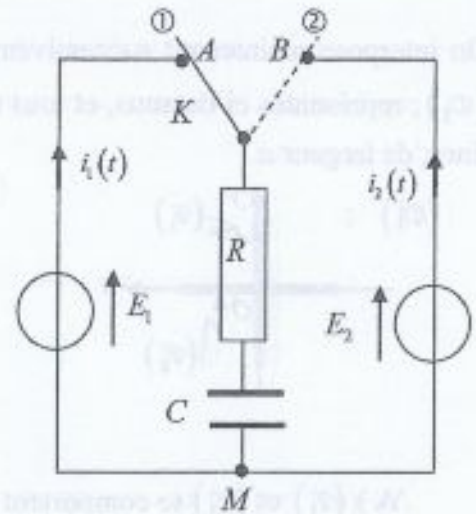
Question 21 :

Le circuit représenté ci-contre est constitué de l'association série d'un condensateur de capacité C , et d'une résistance R .

Cette association est connecté alternativement, grâce à un interrupteur K , à deux générateurs de tension continue de force électromotrice E_1 et E_2 . Le basculement de K de la position ① à la position ② est supposé instantané et on note T_c la période du basculement :

- Si $t \in \left] nT_c, \left(n + \frac{1}{2} \right) T_c \right[$, $n \in \mathbb{N}$, K est en position ①.

- Si $t \in \left] \left(n + \frac{1}{2} \right) T_c, (n+1)T_c \right[$, $n \in \mathbb{N}$, K est en position ②.



On note : - $i_1(t)$ et $i_2(t)$ les intensités circulant respectivement de M à A , et de M à B dans les branches contenant respectivement E_1 et E_2 ,

et, - $u_1(t)$ et $u_2(t)$ la différence de potentiel aux bornes de C quand K est respectivement en position ① et en position ②. $u_1(t)$ et $u_2(t)$ sont orientées en convention récepteur.

Durant les intervalles de temps pendant lesquels les variables correspondantes existent, et en posant $\tau = RC$, les équations différentielles du circuit suivantes sont vérifiées :

A) $\frac{du_1}{dt} + \frac{1}{\tau} u_1 = \frac{E_1}{\tau}$

B) $\frac{du_2}{dt} + \frac{1}{\tau} u_2 = \frac{E_2}{\tau}$

C) $\frac{du_1}{dt} - \frac{1}{\tau} u_1 = -\frac{E_1}{\tau}$

D) $\frac{du_2}{dt} - \frac{1}{\tau} u_2 = -\frac{E_2}{\tau}$

Question 22 :

La solution de ces équations peut se mettre sous la forme :

$$u_1(t) = K_1 \exp\left(\varepsilon_1 \frac{t}{\tau}\right) + E_1 \text{ et } u_2(t) = K_2 \exp\left(\varepsilon_2 \frac{t}{\tau}\right) + E_2$$

Dans lesquelles ε_1 , ε_2 , K_1 et K_2 sont des constantes. Sachant que $\tau \ll T_c$, on en déduit :

A) $\varepsilon_1 = +1$

B) $K_1 = (E_2 - E_1) \exp\left(-\varepsilon_1 \frac{nT_c}{\tau}\right)$

C) $\varepsilon_1 = -1$

D) $K_1 = (E_1 - E_2) \exp\left(\varepsilon_1 \frac{nT_c}{\tau}\right)$

Question 23 :

A) $\varepsilon_2 = +1$

B) $K_2 = (E_1 - E_2) \exp \left[-\varepsilon_2 \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{T_c}{\tau} \right]$

C) $\varepsilon_2 = -1$

D) $K_2 = (E_2 - E_1) \exp \left[\varepsilon_2 \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{T_c}{\tau} \right]$

Question 24 :

Soit $\langle i_1(t) \rangle$ et $\langle i_2(t) \rangle$ les valeurs moyennes des courants pendant une période.

A) $\langle i_1(t) \rangle = \frac{(E_1 - E_2)C}{T_c}$

B) $\langle i_1(t) \rangle = \frac{(E_2 - E_1)C}{T_c}$

C) $\langle i_1(t) \rangle = \frac{E_1 (E_1 - E_2)C}{E_2 T_c}$

D) $\langle i_1(t) \rangle = \frac{E_2 (E_2 - E_1)C}{E_1 T_c}$

Question 25 :

A) $\langle i_2(t) \rangle = \frac{(E_2 - E_1)C}{T_c}$

B) $\langle i_1(t) \rangle = \langle i_2(t) \rangle$

C) $\langle i_2(t) \rangle = \frac{E_2 (E_2 - E_1)C}{E_1 T_c}$

D) $\langle i_1(t) \rangle = -\langle i_2(t) \rangle$

Question 26 :

On peut déduire des résultats précédents que le circuit, vu des points *A* et *B*, se comporte comme un dipôle traversé par le courant moyen :

A) $\langle i_1(t) \rangle - \langle i_2(t) \rangle$ lorsqu'il est soumis à la différence de potentiel $E_1 - E_2$.

B) $\langle i_1(t) \rangle + \langle i_2(t) \rangle$ lorsqu'il est soumis à la différence de potentiel $E_1 - E_2$.

C) $\langle i_1(t) \rangle - \langle i_2(t) \rangle$ lorsqu'il est soumis à la différence de potentiel $E_1 + E_2$.

D) $\langle i_1(t) \rangle + \langle i_2(t) \rangle$ lorsqu'il est soumis à la différence de potentiel $E_1 + E_2$.

Question 27 :

Le dipôle vu des points A et B est équivalent à :

- A) Une résistance R_e .
- B) Un condensateur de capacité C_e .
- C) Une association série d'un condensateur de capacité C_e et d'une résistance R_e .
- D) Une association parallèle d'un condensateur de capacité C_e et d'une résistance R_e .

Question 28 :

- | | |
|--------------------------|----------------------------------|
| A) $R_e = \frac{T_c}{C}$ | B) $R_e = \frac{E_1 T_c}{E_2 C}$ |
| C) $C_e = C$ | D) $C_e = \frac{E_2}{E_1} C$ |

Question 29 :

On remplace maintenant les générateurs de tension continue, par des générateurs de tension sinusoïdale $e_1(t)$ et $e_2(t)$, d'amplitude respective E_1 et E_2 , et dont la fréquence f est très petite devant $\frac{1}{T_c}$. Le circuit, vu des points A et B , est équivalent à :

- A) Une résistance R_e .
- B) Un condensateur de capacité C_e .
- C) Une association série d'un condensateur de capacité C_e et d'une résistance R_e .
- D) Une association série d'une bobine d'inductance L_e et d'une résistance R_e .

Question 30 :

- | | |
|--------------------------|----------------------------------|
| A) $R_e = \frac{T_c}{C}$ | B) $R_e = \frac{E_1 T_c}{E_2 C}$ |
| C) $L_e = RT_c$ | D) $C_e = \frac{E_1}{E_2} C$ |

Question 31 :

Dans un repère $\mathcal{R} = (O, xyz)$, une enceinte parallélépipédique (centre O , base carrée de 10 m de côté, et hauteur 3 m) est surmontée d'une demi-sphère de 10 m de diamètre. L'axe vertical Oz est axe de révolution de la demi-sphère.

Les transferts thermiques s'effectuent en régime permanent à travers les quatre parois latérales, et à travers la demi-sphère. Pour simplifier les calculs, on supposera qu'aucun transfert thermique ne se produit dans les coins (hâchurés sur la figure ci-contre) de la surface supérieure supportant la demi-sphère.



Pour l'ensemble du problème, les transferts thermiques sont supposés unidimensionnels selon l'épaisseur de la paroi considérée (paroi latérale et demi-sphère).

La température extérieure de l'enceinte est $T_o = 0^\circ\text{C}$, et on souhaite maintenir la température de l'air dans le cœur de l'enceinte à la valeur $T_i = 20^\circ\text{C}$.

On note h_e et h_i , respectivement, les coefficients d'échange surfacique caractérisant les échanges thermiques par convection avec toute la surface extérieure de l'enceinte et par convection avec toute la surface intérieure de l'enceinte.

Les quatre parois latérales sont constituées de deux épaisseurs de brique de conductivité λ_1 et d'épaisseur $e_1 = 20$ cm et $e'_1 = 5$ cm, entre lesquelles on dispose un isolant de conductivité λ_2 et d'épaisseur $e_2 = 5$ cm.

La demi-sphère est constituée d'un isolant thermique, de conductivité λ_3 et d'épaisseur $e_3 = 15$ cm (compris entre les demi-sphères de rayons $R_3 = 4,8$ m et $R'_3 = 4,95$ m), et d'une plaque d'acier, de conductivité λ_4 et d'épaisseur $e_4 = 5$ cm (compris entre les demi-sphères de rayons $R'_3 = 4,95$ m et $R_4 = 5$ m).

Le sol (surface carrée inférieure de l'enceinte) est supposé totalement isolé, de sorte qu'aucun transfert thermique ne peut se faire à travers cette surface.

- On donne :
- $h_e = 6$ S.I. et $h_i = 1$ S.I.,
 - $\lambda_1 = 1$ S.I. et $\lambda_2 = 0,05$ S.I.,
 - $\lambda_3 = 0,03$ S.I. et $\lambda_4 = 0,5$ S.I.,
 - $\sigma \approx 5,5 \cdot 10^{-8}$ S.I., la constante de Stefan-Boltzmann

pour lesquels, S.I. représente l'unité du système international avec laquelle est exprimée la constante.

- A) L'unité des coefficients h est : $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.
- B) L'unité des coefficients h est : $\text{W} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}^{-1}$.
- C) L'unité des coefficients λ est : $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$.
- D) L'unité de σ est : $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$.

Question 32 :

Toutes les surfaces extérieures de l'enceinte sont assimilées à des corps noirs. La température T_p des parois extérieures est telle que $T_p - T_o \ll T_o$, ce qui permettra de linéariser l'expression de l'échange radiatif. Le coefficient h_r est défini après linéarisation et vérifie :

A) $h_r = 4\sigma T_o^3$

B) $h_r = \sigma T_o^4$

C) $h_r \approx 4,4 \text{ S.I.}$

D) $h_r \approx 1,1 \text{ S.I.}$

Question 33 :

Le coefficient h_{ext} caractéristique de tous les échanges avec les surfaces extérieures vérifie :

A) $h_{ext} = h_r + h_e$

B) $h_{ext} = h_r - h_e$

C) $h_r \approx 10,4 \text{ S.I.}$

D) $h_r \approx 4,9 \text{ S.I.}$

Question 34 :

Soit S la surface totale des parois latérales de l'enceinte. La résistance thermique R_{lat} des parois latérales vérifie :

A) $R_{lat} = \frac{1}{h_{ext}} + \frac{e_1}{\lambda_1 S} + \frac{e_2}{\lambda_2 S} + \frac{e'_1}{\lambda_1 S} + \frac{1}{h_i}$

B) $R_{lat} = \frac{1}{S} \left[\frac{1}{h_{ext}} + \frac{e_1 + e'_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{1}{h_i} \right]$

C) $R_{lat} \approx 2.10^{-2} \text{ K.W}^{-1}$

D) $R_{lat} \approx 0,5.10^{-2} \text{ K.W}^{-1}$

Question 35 :

La puissance thermique P_{lat} échangée par l'air à travers les parois latérales est telle que :

A) $P_{lat} = R_{lat} (T_i - T_o)$

B) $(T_i - T_o) = R_{lat} P_{lat}$

C) $P_{lat} \approx 0,4 \text{ W}$

D) $P_{lat} \approx 1 \text{ kW}$

Question 36 :

On s'intéresse au transfert thermique à travers la partie hémisphérique de l'enceinte. Si r désigne le rayon d'une demi-sphère avec $R_3 < r < R'_3$, \vec{j}_Q désigne le vecteur densité surfacique de courant thermique à travers la demi-sphère, et P_{sp} la puissance thermique à travers la demi-sphère, on peut déduire de la loi de Fourier :

A) $\|\vec{j}_Q\| = \lambda \left| \frac{\partial T}{\partial r} \right|$

B) $P_{sp} = \frac{4}{3} \pi r^2 j_Q$

C) $\|\vec{j}_Q\| = \lambda \left| \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right|$

D) $P_{sp} = 2\pi r^2 j_Q$

Question 37 :

On note $T(r)$ la température de la demi-sphère de rayon r , et R_{th3} la résistance thermique de conduction de la partie isolante de la paroi sphérique (conductivité λ_3).

A) $R_{th3} = \frac{1}{2\pi\lambda_3} \left(\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R'_3} \right)$

B) $R_{th3} = \frac{1}{2\pi\lambda_3} \left(\frac{R_3 + R'_3}{R_3 R'_3} \right)$

C) $R_{th3} = \frac{1}{2\pi\lambda_3} \left(\frac{1}{R'^2_3} - \frac{1}{R^2_3} \right)$

D) $R_{th3} = \frac{1}{2\pi\lambda_3} \ln \left(\frac{R'_3}{R_3} \right)$

Question 38 :

La résistance thermique totale R_{sp} de la demi-sphère vérifie :

A) $R_{sp} \approx 4.10^{-1} \text{ K.W}^{-1}$

B) $R_{sp} \approx 4.10^{-2} \text{ K.W}^{-1}$

C) $R_{sp} \approx 4.10^{-3} \text{ K.W}^{-1}$

D) $R_{sp} \approx 4.10^{-4} \text{ K.W}^{-1}$

Question 39 :

La puissance thermique P_{sp} échangée à travers la paroi hémisphérique vérifie :

A) $P_{sp} = \left[\frac{1}{2\pi\lambda_3} \left(\frac{1}{R'_3} - \frac{1}{R_3} \right) + \frac{1}{2\pi\lambda_4} \left(\frac{1}{R_4} - \frac{1}{R'_3} \right) \right] (T_i - T_o)$

B) $P_{sp} = \left[\frac{1}{2\pi\lambda_3} \left(\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R'_3} \right) + \frac{1}{2\pi\lambda_4} \left(\frac{1}{R'_3} - \frac{1}{R_4} \right) \right] (T_i - T_o)$

C) $P_{sp} = \left[\frac{1}{2\pi\lambda_3} \left(\frac{1}{R'_3} + \frac{1}{R_3} \right) + \frac{1}{2\pi\lambda_4} \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R'_3} \right) \right] (T_i - T_o)$

D) $P_{sp} = \left[\frac{1}{2\pi\lambda_3} \left(\frac{1}{R'_3} + \frac{1}{R_3} \right) + \frac{1}{2\pi\lambda_4} \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R'_3} \right) \right] (T_o - T_i)$

Question 40 :

La résistance thermique totale de l'enceinte a une valeur voisine de :

A) $9 \cdot 10^{-3} \text{ K.W}^{-1}$

B) $4,2 \cdot 10^{-1} \text{ K.W}^{-1}$

C) $6 \cdot 10^{-2} \text{ K.W}^{-1}$

D) $4 \cdot 10^{-4} \text{ K.W}^{-1}$

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Session 2013

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



Épreuve optionnelle obligatoire de
PHYSIQUE

Durée : 4 heures

Coefficient : 3



Ce sujet comporte :

- 1 page de garde
- 2 pages d'instructions pour remplir le QCM recto/verso
- 1 page d'avertissements
- 8 pages de texte recto/verso

**L'USAGE DE CALCULATRICES, DE TELEPHONES PORTABLES
OU DE DOCUMENTS PERSONNELS N'EST PAS AUTORISE**



ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Département Admissions et
Vie des Campus

Toulouse, le 8 avril 2013

DE : Sylvie BESSE	Tél .: +33 (0) 5 62 17 44 37	Fax :+33 (0) 5 62 17 40 79
A : TOUS LES CHEFS DE CENTRE		

Nombre de pages (y compris celle-ci) : 1

ICNA 2013

ERRATA

POUR L'ÉPREUVE DE PHYSIQUE OPTIONNELLE

Page 1 – Question n° 1 – ligne 7

En début de ligne,

Au lieu de : A' étant un point de...

Lire : A étant un point de

ÉPREUVE OPTIONNELLE OBLIGATOIRE DE PHYSIQUE**A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT**

L'épreuve optionnelle obligatoire de physique de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

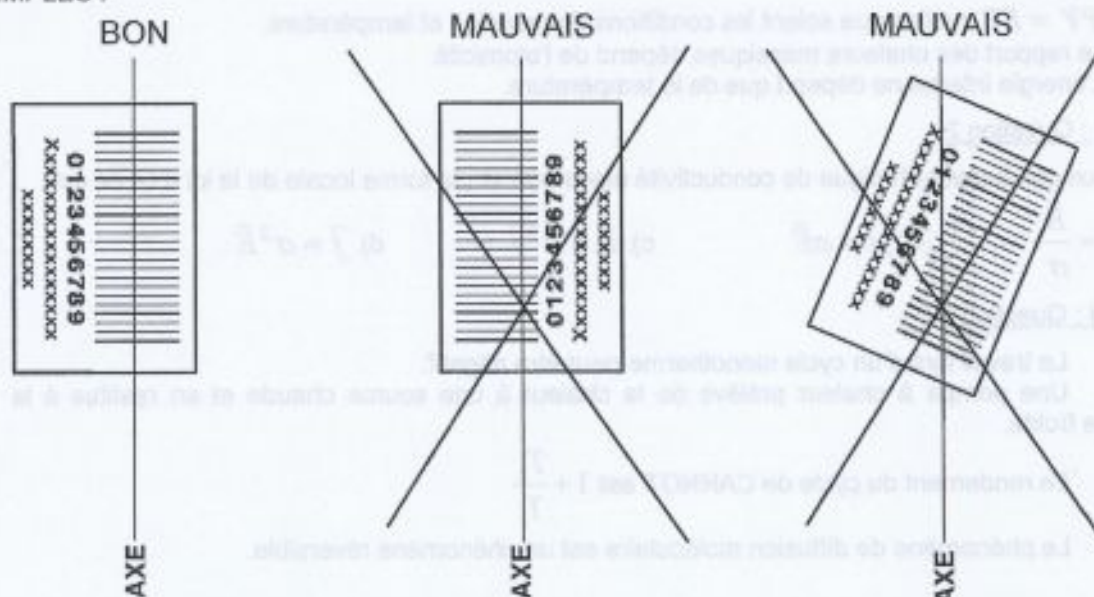
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

- 1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez**, c'est-à-dire « épreuve optionnelle obligatoire de physique ».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, le trait vertical matérialisant l'axe de lecture du code barres (en haut à droite de votre QCM) doit traverser la totalité des barres de ce code.

EXEMPLES :



- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un **STYLO BILLE** ou une **POINTE FEUTRE** de couleur **NOIRE**.
- 3) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les brouillons qui vous seront fournis à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.
- 5) Cette épreuve comporte 40 questions obligatoires, certaines, de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée sur la page d'avertissements.

Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

Tournez la page SVP

- 6) A chaque question numérotée entre 1 et 40, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 41 à 100 sont neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne numérotée de 01 à 40, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

- ▶ soit vous décidez de ne pas traiter cette question, la ligne correspondante doit rester vierge.
- ▶ soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse : vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.
- ▶ soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes : vous devez noircir deux des cases A, B, C, D et deux seulement.
- ▶ soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne : vous devez alors noircir la case E.

Attention, toute réponse fautive entraîne pour la question correspondante une pénalité dans la note.

EXEMPLES DE RÉPONSES

Exemple I : Question 1 :

Pour une mole de gaz réel :

- a) $\lim_{P \rightarrow 0} (PV) = RT$, quelle que soit la nature du gaz.
- b) $PV = RT$ quelles que soient les conditions de pression et température.
- c) Le rapport des chaleurs massiques dépend de l'atomicité.
- d) L'énergie interne ne dépend que de la température.

Exemple II : Question 2 :

Pour un conducteur ohmique de conductivité électrique σ , la forme locale de la loi d'OHM est :

- a) $\vec{j} = \frac{\vec{E}}{\sigma}$
- b) $\vec{j} = \sigma \vec{E}$
- c) $\vec{E} = \sigma^2 \vec{j}$
- d) $\vec{j} = \sigma^2 \vec{E}$

Exemple III : Question 3 :

- a) Le travail lors d'un cycle monotherme peut être négatif.
- b) Une pompe à chaleur prélève de la chaleur à une source chaude et en restitue à la source froide.
- c) Le rendement du cycle de CARNOT est $1 + \frac{T_2}{T_1}$
- d) Le phénomène de diffusion moléculaire est un phénomène réversible.

Vous marquerez sur la feuille réponse :

1	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	A	B	C	D	E
2	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	A	B	C	D	E
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
	A	B	C	D	E

AVERTISSEMENTS

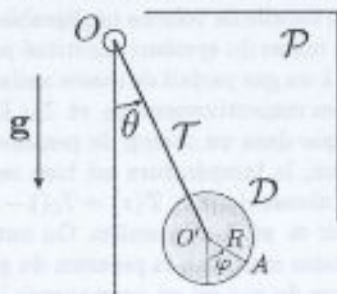
Les calculatrices sont interdites pour cette épreuve. Dans certaines questions, les candidats doivent choisir entre plusieurs valeurs numériques. Les valeurs fausses qui sont proposées ont des ordres de grandeur suffisamment différents de la valeur exacte arrondie selon les règles habituelles, afin d'éliminer toute ambiguïté dans le choix de la bonne réponse.

Conformément aux notations internationales, les vecteurs sont représentés en caractères gras.

QUESTIONS LIEES

- [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]
- [8, 9, 10, 11, 12, 13, 14]
- [15, 16, 17, 18, 19, 20, 21]
- [22, 23, 24, 25, 26, 27, 28]
- [29, 30, 31, 32, 33, 34]
- [35, 36, 37, 38, 39, 40]

1. Une tige homogène \mathcal{T} , de masse m et de longueur L , oscille dans un plan \mathcal{P} vertical. Son extrémité O , fixe dans le référentiel du laboratoire \mathcal{R} , réalise une liaison pivot parfaite. On fixe à l'autre extrémité de la tige, le centre O' d'un disque \mathcal{D} homogène et de même masse m , de rayon R , contenu en permanence dans \mathcal{P} et capable de tourner sans frottement (liaison parfaite) autour de son axe de symétrie de révolution. Le moment d'inertie de \mathcal{D} par rapport à cet axe est $I_d = mR^2/2$. On repère la position de \mathcal{T} grâce à l'angle θ qu'elle fait avec la verticale, et celle du disque, par l'angle φ que forme un rayon $O'A$ avec la verticale, A' étant un point de \mathcal{D} (Fig. ci-après). On désigne par g l'intensité du champ de pesanteur terrestre.



Que vaut le moment d'inertie I de la tige en O ?

- A) $I = \frac{1}{2}mL^2$ B) $I = \frac{1}{3}mL^2$ C) $I = \frac{1}{4}mL^2$ D) $I = \frac{1}{5}mL^2$

2. En appliquant le théorème du moment cinétique dans le référentiel du centre de masse du disque (référentiel barycentrique), exprimer $\dot{\varphi}$ au cours du temps t , à l'aide de ω et k qui sont des constantes qui dépendent des conditions initiales :

- A) $\dot{\varphi} = 0$ B) $\dot{\varphi} = \omega$ C) $\dot{\varphi} = \omega + kt$ D) $\dot{\varphi} = \frac{1}{2}kt^2$

3. Exprimer l'énergie cinétique $\mathcal{E}_{k,b}$ de \mathcal{T} dans \mathcal{R} :

- A) $\mathcal{E}_{k,b} = \frac{1}{2}mL^2\dot{\theta}^2$ B) $\mathcal{E}_{k,b} = \frac{1}{4}mL^2\dot{\theta}^2$ C) $\mathcal{E}_{k,b} = \frac{1}{6}mL^2\dot{\theta}^2$ D) $\mathcal{E}_{k,b} = \frac{1}{10}mL^2\dot{\theta}^2$

4. Quelle est l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur \mathcal{E}_p du système complet tige+disque (on choisira l'origine des énergies potentielles lorsque $\theta = 0$) ?

- A) $\mathcal{E}_p = 2m(1 - \cos\theta)gL$ C) $\mathcal{E}_p = \frac{4}{3}m(1 - \cos\theta)gL$
 B) $\mathcal{E}_p = \frac{3}{2}m(1 - \cos\theta)gL$ D) $\mathcal{E}_p = \frac{11}{5}m(1 - \cos\theta)gL$

5. Exprimer l'énergie cinétique $\mathcal{E}_{k,d}$ du disque dans \mathcal{R} .

- A) $\mathcal{E}_{k,d} = \frac{1}{4}mR^2\omega^2$ C) $\mathcal{E}_{k,d} = \frac{1}{4}mR^2(\omega^2 + kt) + \frac{1}{2}mL^2\dot{\theta}^2$
 B) $\mathcal{E}_{k,d} = \frac{1}{2}mL^2\dot{\theta}^2$ D) $\mathcal{E}_{k,d} = \frac{1}{4}mR^2\omega^2 + \frac{1}{2}mL^2\dot{\theta}^2$

6. L'équation du mouvement de la tige se met sous la forme suivante :

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin\theta = 0$$

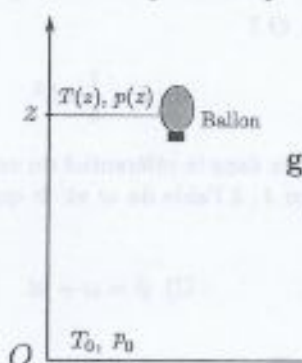
Déterminer ω_0 .

- A) $\omega_0 = \left(\frac{g}{L}\right)^{1/2}$ B) $\omega_0 = \left(\frac{3g}{4L}\right)^{1/2}$ C) $\omega_0 = \left(\frac{8g}{5L}\right)^{1/2}$ D) $\omega_0 = \left(\frac{9g}{8L}\right)^{1/2}$

7. Exprimer la pulsation ω'_0 des oscillations obtenues si l'on rend le disque solidaire de la tige, c'est-à-dire si $\varphi(t) = \theta(t)$, lorsque $R = L/\sqrt{3}$:

- A) $\omega'_0 = \left(\frac{g}{L}\right)^{1/2}$ B) $\omega'_0 = 2\left(\frac{g}{L}\right)^{1/2}$ C) $\omega'_0 = \omega_0$ D) $\omega'_0 = \left(\frac{4g}{5L}\right)^{1/2}$

8. Un ballon atmosphérique est constitué d'une nacelle de volume négligeable et d'une enveloppe, dont le volume peut varier entre 0 et V_{max} . On note m la masse du système constitué par la nacelle et l'enveloppe vide. On introduit dans cette dernière un gaz assimilé à un gaz parfait de masse molaire M_g . La pression atmosphérique et la température au niveau du sol sont notées respectivement p_0 et T_0 . L'air est assimilé à un gaz parfait de masse molaire M_a , en équilibre hydrostatique dans un champ de pesanteur uniforme d'intensité g (Fig. ci-après). Dans la troposphère où vole ce ballon, la température est bien représentée par la variation suivante avec l'altitude z , dont l'origine est prise au niveau du sol : $T(z) = T_0(1 - z/H)$ où H est une constante. On désigne par $\rho(z)$ la masse volumique de l'air et $p(z)$ sa pression. On note R la constante des gaz parfaits. Tant que l'enveloppe n'a pas atteint son volume maximal, la pression du gaz intérieur est identique à celle de l'air extérieur. On suppose que la température du gaz est en permanence la même que celle de l'air extérieur.



Indiquer la ou les réponse(s) exacte(s) :

- A) $p = \rho RT/M_g$ B) $p = \rho RT/M_a$ C) $\frac{dp}{dz} = \rho g$ D) $\frac{dp}{dz} = -\rho g$

9. La pression évolue avec l'altitude selon : $p(z) = p_0(1 - z/H)^\alpha$. Exprimer α .

- A) $\alpha = 1 - \frac{RT_0}{M_a g H}$ B) $\alpha = \frac{2RT_0}{M_a g H}$ C) $\alpha = \frac{M_a g H}{2RT_0}$ D) $\alpha = \frac{M_a g H}{RT_0}$

10. Exprimer le volume minimal V_m que doit avoir l'enveloppe afin que le ballon décolle.

- A) $V_m = \frac{mRT_0}{p_0 M_a}$ B) $V_m = \frac{mRT_0}{p_0 M_g}$ C) $V_m = \frac{mRT_0}{p_0(M_a - M_g)}$ D) $V_m = \frac{mRT_0(M_a - M_g)}{p_0 M_a M_g}$

11. Quel est le volume initial V_i de l'enveloppe sachant que le ballon décolle avec une accélération égale à celle du champ de pesanteur ?

- A) $V_i = \frac{2mRT_0}{p_0 M_a}$ B) $V_i = \frac{2mRT_0}{p_0 M_g}$ C) $V_i = \frac{2mRT_0}{p_0(M_a - 2M_g)}$ D) $V_i = \frac{2mRT_0(M_a - M_g)}{p_0 M_a M_g}$

12. Comment varie le volume V de l'enveloppe avec l'altitude ?

- A) $V = V_i \left(1 - \frac{z}{H}\right)^\alpha$ C) $V = V_i \left(1 - \frac{z}{H}\right)^{1/(1-\alpha)}$
 B) $V = V_i \left(1 - \frac{z}{H}\right)^{\alpha-1}$ D) $V = V_i \left(1 - \frac{z}{H}\right)^{1-\alpha}$

13. Le volume maximal de l'enveloppe est $V_{max} = kV_i$. Déterminer l'altitude maximale z_{max} atteinte par le ballon :

A) $z_{max} = H \left[1 - k^{1/(1-\alpha)} \right]$

B) $z_{max} = H (1 + k^\alpha)$

C) $z_{max} = H k^{1-\alpha}$

D) $z_{max} = H k^{1/(1-\alpha)}$

14. Lorsque cette altitude est atteinte, une soupape s'ouvre et laisse échapper une partie du gaz de l'enveloppe. Quelle est la nouvelle altitude z'_{max} atteinte ?

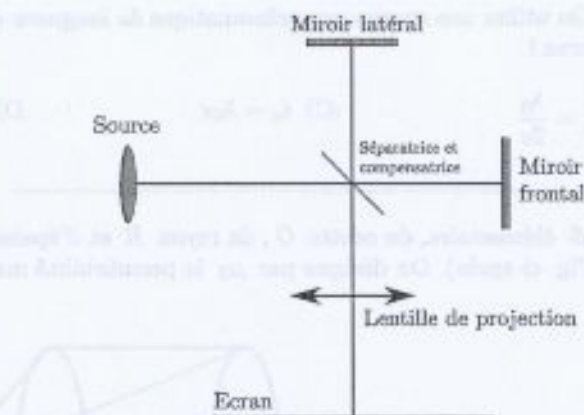
A) $z'_{max} = H \left\{ 1 - \left[\frac{mRT_0}{p_0 V_{max} (M_a - M_g)} \right]^{1/(1-\alpha)} \right\}$

B) $z'_{max} = H \left\{ 1 - \left[\frac{mRT_0}{p_0 V_{max} (M_a - M_g)} \right]^{\alpha-1} \right\}$

C) $z'_{max} = H \left\{ 1 - \left[\frac{mRT_0}{p_0 V_{max} (M_a - M_g)} \right]^\alpha \right\}$

D) $z'_{max} = H \left\{ 1 - \left[\frac{mRT_0}{p_0 V_{max} (M_a - M_g)} \right]^{1/(\alpha-1)} \right\}$

15. On règle un interféromètre de Michelson en lame d'air à faces parallèles d'épaisseur e . La source, une lampe à vapeur de mercure, est étendue et possède un diamètre caractéristique d_s . On assimile l'indice de l'air à l'unité.



Indiquer la ou les affirmation(s) exacte(s) :

A) Les interférences sont localisées sur les miroirs

B) Les interférences sont délocalisées

C) On observe des interférences à condition que la longueur de cohérence temporelle soit inférieure à e .

D) On observe des interférences à condition que la longueur de cohérence temporelle soit supérieure à d_s .

16. On utilise une lentille mince convergente de distance focale $f'_1 = 60$ cm que l'on place en sortie du montage à 90 cm du miroir latéral (Fig. précédente). À quelle distance p'_1 de la lentille faut-il placer l'écran afin d'observer la figure d'interférence ?

A) $p'_1 = 30$ cm

B) $p'_1 = 60$ cm

C) $p'_1 = 120$ cm

D) $p'_1 = 180$ cm

17. On note i l'angle que forme un rayon incident avec la normale à la lame d'air. Exprimer, lorsque $i \ll 1$, la différence de marche δ entre les deux rayons qui émergent de la lame, lorsqu'ils interfèrent à l'infini.

A) $\delta \approx ei$

B) $\delta \approx e \left(1 + \frac{i^2}{2} \right)$

C) $\delta \approx e \left(1 - \frac{i^2}{2} \right)$

D) $\delta \approx e(1 - i)$

18. La source est monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ_0 . Sachant que le centre de la figure d'interférence correspond à un maximum d'éclairement, exprimer le rayon du p -ième anneau r_p en fonction de p :

A) $r_p = f'_1 \left(\frac{p\lambda_0}{e} \right)^{1/2}$ B) $r_p = \frac{pf'_1\lambda_0}{e}$ C) $r_p = f'_1 \left(\frac{pe}{\lambda_0} \right)^{1/2}$ D) $r_p = \frac{pe}{f'_1\lambda_0}$

19. La source est un doublet de radiations de même intensité et de longueurs d'onde dans le vide λ_1 et $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$. On fait varier e et l'on observe le brouillage de la figure d'interférence pour deux valeurs successives e_1 et $e_2 = e_1 + \Delta e$ de e . Exprimer $\Delta\lambda$:

A) $\Delta\lambda = \frac{\lambda_1\lambda_2}{\Delta e}$ B) $\Delta\lambda = \frac{\lambda_1\lambda_2}{2\Delta e}$ C) $\Delta\lambda = \frac{\lambda_1\lambda_2}{4\Delta e}$ D) $\Delta\lambda = \frac{\lambda_1\lambda_2}{8\Delta e}$

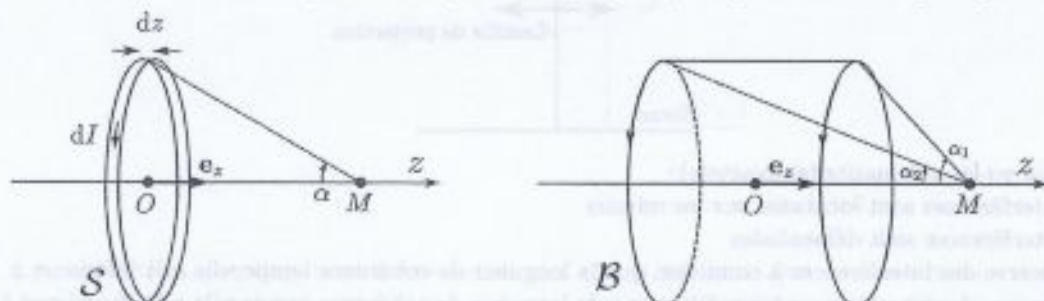
20. On incline le miroir latéral de manière à former un coin d'air et l'on remplace la lentille de projection précédente par une autre lentille convergente de distance focale $f'_2 = 40$ cm, que l'on dispose à 60 cm du miroir latéral. À quelle distance p'_2 de la lentille faut-il placer l'écran afin d'observer la figure d'interférence ?

A) $p'_2 = 20$ cm B) $p'_2 = 40$ cm C) $p'_2 = 80$ cm D) $p'_2 = 120$ cm

21. On note ϵ l'angle du coin d'air. On utilise une source monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ_0 . Que vaut l'interfrange i_c sur l'écran ?

A) $i_c = \frac{\lambda_0}{\epsilon}$ B) $i_c = \frac{\lambda_0}{2\epsilon}$ C) $i_c = \lambda_0\epsilon$ D) $i_c = 2\lambda_0\epsilon$

22. Une spire conductrice circulaire S élémentaire, de centre O , de rayon R et d'épaisseur dz , est parcourue par un courant d'intensité dI (Fig. ci-après). On désigne par μ_0 la perméabilité magnétique du vide.



Exprimer la composante dB_z du champ magnétique élémentaire $d\mathbf{B} = dB_z \mathbf{e}_z$ produit par S en un point M de cote z situé sur l'axe de symétrie de révolution de la spire $O\mathbf{e}_z$, en fonction de l'angle α sous lequel on voit depuis M un rayon de S :

A) $dB_z = \frac{\mu_0 dI}{R} \sin \alpha$ B) $dB_z = \frac{\mu_0 dI}{2\pi R} \sin \alpha$ C) $dB_z = \frac{\mu_0 dI}{2R} \sin^3 \alpha$ D) $dB_z = \frac{\mu_0 dI}{2R} \sin^2 \alpha$

23. On réalise une bobine en enroulant, sur la longueur L d'un cylindre de rayon R , N spires jointives. Les spires extrêmes sont vues depuis M sous les angles α_1 et α_2 (Fig. précédente). Chaque spire est parcourue par un courant d'intensité I_0 . En décomposant cette distribution en une somme de spires élémentaires d'épaisseur dz parcourues par un courant d'intensité $dI = NI_0 dz/L$, exprimer la composante du champ magnétique sur l'axe $O\mathbf{e}_z$:

A) $B_z = \frac{\mu_0 NI_0}{2L} (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1)$ C) $B_z = \frac{\mu_0 NI_0}{L} (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1)$
 B) $B_z = \frac{\mu_0 NI_0}{2L} (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1)$ D) $B_z = \frac{\mu_0 NI_0}{L} (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1)$

24. On assimile cette distribution à un solénoïde infini: $\alpha_1 = \pi$ rad et $\alpha_2 = 0$. Indiquer la ou les affirmation(s) exacte(s):

- A) Le champ magnétique est uniforme à l'intérieur du solénoïde.
- B) Le champ magnétique est nul à l'intérieur du solénoïde.
- C) Le champ magnétique est nul à l'extérieur du solénoïde.
- D) L'expression obtenue de B_z reste valable si I_0 varie hors du régime quasi-stationnaire

25. On introduit, à l'intérieur du solénoïde précédent, une sphère conductrice, de conductivité γ , de centre O et de rayon $a < R$. L'intensité du courant dans les spires varie, dans l'approximation des régimes quasi-stationnaires, selon: $I_0(t) = I_m \cos(\omega t)$. Le champ électrique en un point P , induit dans la sphère, orthoradial, a pour expression en coordonnées sphériques: $\mathbf{E}(P) = E_\varphi(r, \theta) \mathbf{e}_\varphi$, où r est la coordonnée radiale, θ l'angle de colatitude repéré par rapport à l'axe Oe_z et φ , l'angle de longitude auquel on associe le vecteur unitaire \mathbf{e}_φ . On désigne par $B_z(O)$ la composante du champ magnétique en O à l'instant $t = 0$. À l'aide de l'équation de Maxwell-Faraday sous forme intégrale, déterminer l'expression de E_φ :

- A) $E_\varphi = \frac{1}{2} B_z(O) \omega r \sin \theta \sin(\omega t)$
- B) $E_\varphi = \frac{1}{2} B_z(O) \omega r \sin^2 \theta \cos(\omega t)$
- C) $E_\varphi = \frac{1}{2} B_z(O) \omega r \sin \theta \cos(\omega t)$
- D) $E_\varphi = \frac{1}{2} B_z(O) \omega r \cos \theta \cos(\omega t)$

26. Exprimer la puissance volumique instantanée $\mathcal{P}_v(P, t)$ en P dissipée par effet Joule:

- A) $\mathcal{P}_v(P, t) = \frac{1}{4} B_z^2(O) \gamma \omega^2 r^2 \sin^2 \theta \sin^2(\omega t)$
- B) $\mathcal{P}_v(P, t) = \frac{1}{4} B_z^2(O) \gamma \omega^2 r^2 \sin^4 \theta \cos^2(\omega t)$
- C) $\mathcal{P}_v(P, t) = \frac{1}{4} B_z^2(O) \gamma \omega^2 r^2 \sin^2 \theta \cos^2(\omega t)$
- D) $\mathcal{P}_v(P, t) = \frac{1}{4} B_z^2(O) \gamma \omega^2 r^2 \cos^2 \theta \cos^2(\omega t)$

27. Déterminer la puissance instantanée \mathcal{P}_t dissipée dans toute la sphère, de volume V :

- A) $\mathcal{P}_m = \frac{\gamma \omega^2 B_z^2(O) a^2 V}{5} \sin^2(\omega t)$
- B) $\mathcal{P}_m = 2 \gamma \omega^2 B_z^2(O) a^2 V \sin^2(\omega t)$
- C) $\mathcal{P}_m = \gamma \omega^2 B_z^2(O) a^2 V \sin^2(\omega t)$
- D) $\mathcal{P}_m = \frac{\gamma \omega^2 B_z^2(O) a^2 V}{10} \sin^2(\omega t)$

28. En déduire la puissance moyenne \mathcal{P}_m dissipée dans toute la sphère:

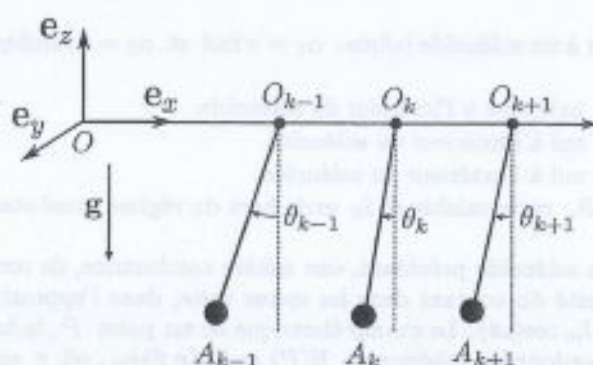
- A) $\mathcal{P}_m = \frac{\gamma \omega^2 B_z^2(O) a^2 V}{10}$
- B) $\mathcal{P}_m = \gamma \omega^2 B_z^2(O) a^2 V$
- C) $\mathcal{P}_m = \gamma \omega^2 B_z^2(O) a^2 V$
- D) $\mathcal{P}_m = \frac{\gamma \omega^2 B_z^2(O) a^2 V}{20}$

29. On modélise un système physique par une succession infinie de pendules simples rigides de longueurs $L = 1$ m, dont les masselottes A_k sont assimilées à des points matériels de masse $m = 0,2$ kg. Les points d'attache O_k sont équirépartis sur un axe Ox horizontal avec un pas $d = 1$ cm. L'ensemble étant placé dans le champ de pesanteur terrestre d'intensité $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$, les pendules oscillent chacun dans leur plan $O_k e_y e_z$ et l'on repère leurs positions par les angles θ_k qu'ils forment avec la direction verticale (Fig. ci-après). Chaque pendule interagit avec ses deux voisins immédiats par l'intermédiaire d'actions mécaniques assimilées au moment d'une force. Le moment en O_k qu'exerce le pendule $k-1$ sur le pendule k s'écrit:

$$\mathbf{M}_{O_k, k-1 \rightarrow k} = -C(\theta_k - \theta_{k-1}) \mathbf{e}_x$$

où $C = 0,01 \text{ N.m.rad}^{-1}$. L'équation du mouvement de la masselotte A_k se met sous la forme suivante:

$$\ddot{\theta}_k = -\omega_0^2 \sin \theta_k - \omega_c^2 (2\theta_k - \theta_{k-1} - \theta_{k+1})$$



Exprimer ω_c :

- A) $\omega_c = \left(\frac{g}{L}\right)^{1/2}$ B) $\omega_c = \left(\frac{g}{d}\right)^{1/2}$ C) $\omega_c = \left(\frac{C}{mL^2}\right)^{1/2}$ D) $\omega_c = \left(\frac{C}{md^2}\right)^{1/2}$

30. Exprimer la période T des petites oscillations de chaque pendule dans l'hypothèse où $C = 0$:

- A) $T \approx 0,2 \text{ s}$ B) $T \approx 2 \text{ s}$ C) $T \approx 28 \text{ s}$ D) $T \approx 52 \text{ s}$

31. Dans l'approximation d'un milieu continu, c'est-à-dire, en supposant $d \ll L$, la variable discrète $\theta_k(t)$ devenant la variable continue $\theta(x, t)$, l'équation du mouvement devient :

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \frac{1}{v_0^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = k_0^2 \sin \theta$$

Exprimer v_0 :

- A) $v_0 = \left(\frac{gd^2}{L}\right)^{1/2}$ B) $v_0 = (gd)^{1/2}$ C) $v_0 = \left(\frac{d^2 C}{mL^2}\right)^{1/2}$ D) $v_0 = \left(\frac{C}{m}\right)^{1/2}$

32. Que vaut k_0 ?

- A) $k_0 = \frac{1}{d}$ B) $k_0 = \left(\frac{mLg}{Cd^2}\right)^{1/2}$ C) $k_0 = \left(\frac{1}{Ld}\right)^{1/2}$ D) $k_0 = \left(\frac{mg}{Cd}\right)^{1/2}$

33. On recherche une solution harmonique pour les petites oscillations, qui s'écrit en notation complexe sous la forme suivante :

$$\underline{\theta}(x, t) = \underline{\theta}_m \exp[-i(\omega t - kx)]$$

où $\underline{\theta}_m$ est une constante. Quelle est la relation de dispersion des ondes dans le milieu ?

- A) $\omega^2 - k^2 v_0^2 = k_0^2 v_0^2$ C) $\omega^2 + k^2 v_0^2 = k_0^2 v_0^2$
 B) $\omega^2 = k^2 + k_0^2$ D) $\omega = kv_0$

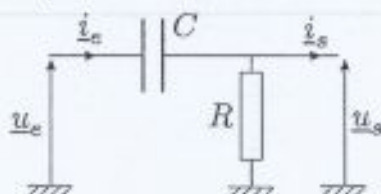
34. Quelle relation y a-t-il entre la vitesse de groupe v_g et la vitesse de phase v_φ des ondes dans le système ?

- A) $v_g = v_\varphi$ B) $v_g = (v_0 v_\varphi)^{1/2}$ C) $v_\varphi = (v_0 v_g)^{1/2}$ D) $v_g v_\varphi = v_0^2$

35. On applique à l'entrée du filtre CR représentée sur la figure ci-après, une tension d'entrée sinusoïdale, de pulsation ω , représentée par la grandeur complexe $\underline{u}_e(t)$. On note $\underline{i}_e(t)$ l'intensité complexe du courant d'entrée, $\underline{u}_s(t)$ la tension complexe de sortie et $\underline{i}_s(t)$ l'intensité complexe du courant débité en sortie du filtre. On note j le nombre complexe imaginaire pur. La relation entre ces quatre grandeurs complexes s'écrit sous la forme matricielle suivante, en introduisant le facteur $x = \omega/\omega_0$ où $\omega_0 = 1/(RC)$:

$$\begin{bmatrix} \underline{u}_s \\ \underline{i}_s \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} \underline{u}_e \\ \underline{i}_e \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad [A] = \begin{bmatrix} 1 & jR/x \\ c & d \end{bmatrix}$$

où c et d sont des coefficients qui dépendent de R et de x .



Appliquer les lois de Kirchhoff au circuit et en déduire l'expression de c :

- A) $c = \frac{x}{R}$ B) $c = -\frac{x}{R}$ C) $c = \frac{1}{R}$ D) $c = -\frac{1}{R}$

36. Exprimer d :

- A) $d = 1 - \frac{j}{x}$ B) $d = 1 + \frac{j}{x}$ C) $d = 1 + jx$ D) $d = 1 - jx$

37. On réalise un filtre \mathcal{F} en associant en cascades trois cellules CR identiques à la précédente : la sortie de la première est reliée à l'entrée de la deuxième, et la sortie de la deuxième est reliée à l'entrée de la troisième. Les grandeurs complexes d'entrée, \underline{u}_e et \underline{i}_e sont alors reliées aux grandeurs complexes de sortie notées \underline{u}'_s et \underline{i}'_s par la nouvelle relation matricielle :

$$\begin{bmatrix} \underline{u}'_s \\ \underline{i}'_s \end{bmatrix} = [B] \begin{bmatrix} \underline{u}_e \\ \underline{i}_e \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad [B] = \begin{bmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{bmatrix}$$

où a' , b' , c' et d' sont des coefficients qui s'expriment en fonction de x et R .
Quelle relation y a-t-il entre $[B]$ et $[A]$?

- A) $[B] = [A]$ B) $[B] = 3[A]$ C) $[B] = [A]^3$ D) $[B] = 3[A]^{-1}$

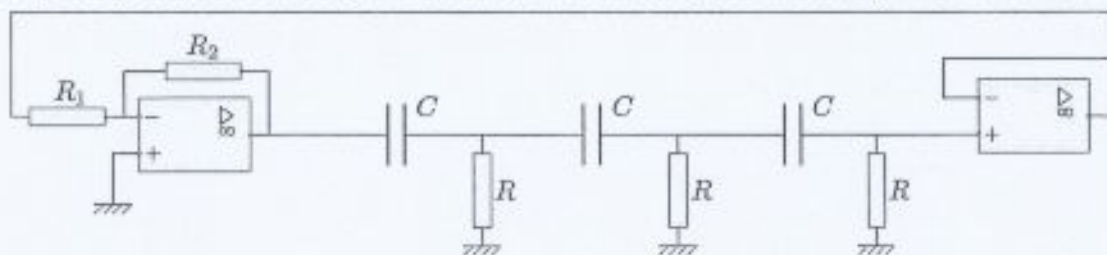
38. En remarquant que $\det[A] = 1$, et lorsque $\underline{i}'_s = 0$, exprimer la fonction de transfert $H(jx) = \underline{u}'_s/\underline{u}_e$ de \mathcal{F} en fonction des coefficients de la matrice $[B]$:

- A) $H(jx) = a'$ B) $H(jx) = d'$ C) $H(jx) = \frac{1}{a'}$ D) $H(jx) = \frac{1}{d'}$

39. La fonction de transfert de \mathcal{F} s'écrit :

$$H(jx) = -\frac{jx^3}{1 - 6x^2 + jx(5 - x^2)}$$

On associe \mathcal{F} au système à amplificateurs opérationnels, supposés idéaux, représenté sur la figure ci-après, où R_1 et R_2 sont deux résistors, afin de réaliser un oscillateur quasi-sinusoidal (H est alors un réel négatif).



Quelle est l'expression de la fréquence f des oscillations ?

- A) $f = \frac{1}{RC}$ B) $f = \frac{1}{2\pi RC}$ C) $f = \frac{1}{2\pi RC\sqrt{6}}$ D) $f = \frac{1}{RC\sqrt{6}}$

40. Que vaut alors le rapport R_2/R_1 ?

- A) $R_2/R_1 = 1$ B) $R_2/R_1 = 3$ C) $R_2/R_1 = 17$ D) $R_2/R_1 = 29$



- A) $\frac{v}{u} = 1$ B) $\frac{v}{u} = \frac{1}{2}$ C) $\frac{v}{u} = \frac{1}{3}$ D) $\frac{v}{u} = \frac{1}{4}$

- A) $\frac{v}{u} = 1$ B) $\frac{v}{u} = \frac{1}{2}$ C) $\frac{v}{u} = \frac{1}{3}$ D) $\frac{v}{u} = \frac{1}{4}$

37. On réalise un filtre π en associant en cascade deux cellules RC identiques à la particularité la partie de la fonction est celle à l'ordre de la dérivée de la sortie en relation à l'entrée de la fonction. Les paramètres caractéristiques de la fonction $H(\omega)$ sont alors ceux des fonctions composées de cette façon et ω_c par la nouvelle relation caractéristique.

$$\begin{bmatrix} V \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H \\ G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ I \end{bmatrix}$$

de V, U, I, G sont des coefficients qui s'expriment en fonction de R et C .
Quelle relation γ a-t-on entre $H(\omega)$ et $G(\omega)$?

- A) $H(\omega) = G(\omega)$ B) $H(\omega) = 2G(\omega)$ C) $H(\omega) = 3G(\omega)$ D) $H(\omega) = 4G(\omega)$

38. Soit le transfert une fonction $H(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC}$, on exprime la fonction de transfert $H(\omega) = \frac{v(\omega)}{u(\omega)}$ de \mathcal{X} en fonction des coefficients de la matrice $H(\omega)$.

- A) $H(\omega) = \gamma$ B) $H(\omega) = \frac{1}{\gamma}$ C) $H(\omega) = \frac{1}{2\gamma}$ D) $H(\omega) = \frac{1}{3\gamma}$

39. La fonction de transfert de \mathcal{X} s'écrit :

$$H(\omega) = \frac{1}{(1 + j\omega RC)^2 + 1}$$

On associe \mathcal{X} en cascade à un système à amplification constante, égale à 10, représenté sur la figure ci-dessous. On se donne deux résistances, afin de réaliser un filtre passe-bas de type Butterworth (B, voir cours sur les filtres).



ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Session 2013

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



Épreuve obligatoire
d'ANGLAIS

Durée : 2 heures

Coefficient : 3



Ce sujet comporte :

1 page de garde

1 page d'instructions pour remplir le QCM

8 pages de texte/questions recto/verso

**L'USAGE DE CALCULATRICES, DE TELEPHONES PORTABLES
OU DE DOCUMENTS PERSONNELS N'EST PAS AUTORISE**

ÉPREUVE OBLIGATOIRE D'ANGLAIS

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve obligatoire d'anglais de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

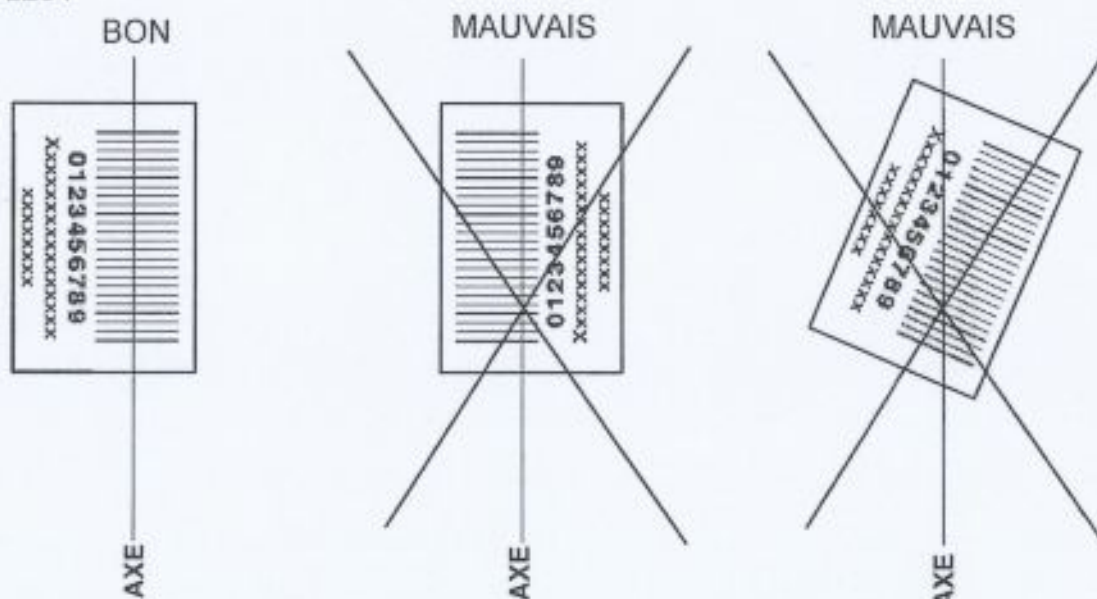
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

- 1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez, c'est-à-dire « épreuve obligatoire d'anglais ».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, le trait vertical matérialisant l'axe de lecture du code barres (en haut à droite de votre QCM) doit traverser la totalité des barres de ce code.

EXEMPLES :



- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un **STYLO BILLE** ou une **POINTE FEUTRE** de couleur **NOIRE**.
- 3) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les brouillons qui vous sont fournis à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.
- 5) Cette épreuve comporte 80 questions. Vous devez donc porter vos réponses sur les lignes numérotées de 1 à 80. **N'utilisez en aucun cas les lignes numérotées de 81 à 100.** Veillez à bien porter vos réponses sur la ligne correspondant au numéro de la question.

Dans cette épreuve, il n'est accepté **qu'une réponse pour chaque question** ; ne noircissez donc jamais 2 cases, il vous serait attribué automatiquement zéro pour cette question.

Une bonne réponse vaut un point, une réponse fautive 0

Complétez les phrases à l'aide des mots ou groupes des mots proposés. Noircissez ensuite la case correspondant à votre choix sur la grille de réponses.

1) Britons, in search of quality of life, might want to move to France, as it held on to the top in the index for the second year in succession.

- a) pip b) spot c) tie d) hat e) clip

2) The 32-year-old victim was found and strangled in bed, at the London hotel room he was sharing with the prince, on February 15.

- a) beating b) beat c) beaten d) to be beat e) to have beaten

3) The process should be completed by 2014, although some allied troops, including special forces and trainers, in Afghanistan after that date.

- a) remains b) are remaining c) have remained d) will remain e) remain

4) The speech to delegates was the first opportunity for Miliband to reveal his true

- a) colours b) tips c) things d) timings e) stories

5) The Centre for Policy Studies said a large percentage of adults, particularly men, had either never worked or had not held a steady job

- a) up to several years b) several years ago c) several years gone d) for several years e) until several years

6) Much of Britain is expected to be graced with an unusual of sunshine later this week.

- a) ray b) brightness c) glare d) dazzle e) spell

7) Daily violence continues throughout much of Afghanistan.

- a) unabsorbed b) unabolished c) unaborted d) unabashed e) unabated

8) Guinness World Records, the global authority on record breaking, today confirms the new world's man as 2 ft 2.41 inches tall (67.08 cm) Khagendra Thapa Magar from Nepal.

- a) shortly b) shorter c) shortest d) most short e) more short

9) The debris punctured a tire on the Concorde, it to explode.

- a) causing b) causes c) to cause d) caused e) cause

10) The Interior Minister subsequently declared that the town was now safe and its more than 5,000 residents no longer on standby for an emergency evacuation.

- a) must be b) could be c) can be d) might be e) had to be

11) The Managing Director was detained for questioning by police on Monday suspicion of endangering public safety and causing environmental damage.

- a) of b) for c) on d) because e) at

12) The move to cut pension tax relief for high earners will further infuriate the high income groups that make the traditional support base of the Conservative Party.

- a) up b) over c) down d) it e) them

13) The statistics show more boys are falling in English than girls, but are just outperforming them in Maths.

- a) back b) behind c) over d) down e) forward

14) Arizona has refused to disclose information related to the drug it obtained for the execution.

- a) some b) many c) any d) else e) those

15) Chelsea will be without star striker, Didier Drogba, and key midfielder, Frank Lampard, when the Premier League champions Aston Villa on Saturday.

- a) kick b) nose c) face d) stamp e) arrive

16) After five years of marriage, Christina Aguilera for divorce.

- a) filed b) requested c) listed d) cried e) demanded

17) The vast majority of young Britons were in the having come face to face with the high cost of raising a baby.

- a) red b) black c) playpen d) obscurity e) nursery

18) The Government said that unless there was a change in the law, automatically the Duchess Queen if Charles became King.

- a) can become b) would become c) will become d) becomes e) became

19) There are five on waiting lists for social housing.

- a) millions persons b) million persons c) millions people d) million people e) millions of people

20) Dannii Minogue has lifted the on tension backstage on the "X Factor".

- a) lip b) luck c) lust d) lid e) lick

Lisez le texte suivant. Complétez chaque blanc à l'aide des mots ou groupes de mots proposés à la fin du texte. Noircissez en suite la case correspondant à votre choix sur la grille des réponses.

Up high....

Virgin Galactic's space tourism rocket "SpaceShipTwo" achieved its first solo glide flight Sunday, marking another step in the company's eventual plans to fly **21)** passengers. SpaceShipTwo was carried aloft by its mothership to an altitude of 45,000 feet and released over the Mojave Desert. After the separation, SpaceShipTwo, **22)**..... by two pilots, flew freely for 11 minutes before **23)**..... at an airport runway followed by the mothership. The entire test flight lasted about 25 minutes. The six-passenger SpaceShipTwo is undergoing rigorous testing before it can carry tourists to space. In the **24)** test, SpaceShipTwo did not fire its rocket engine to climb to space. Sunday was the first time the spaceship flew on its **25)**.....

21. a) paid b) paying c) payer d) pays e) pale
22. a) rode b) driven c) shipped d) manned e) cruising
23. a) landed b) lands c) landing d) will land e) can land
24. a) late b) lately c) later d) lastly e) latest
25. a) flame b) own c) wing d) rocket e) satellite

And down low....

The first three rescued Chilean miners out of the hospital celebrated their new lives as national heroes, as word emerged that the 33 want to closely **26)**..... their story so they can fairly divide the spoils of their overnight media stardom. Hundreds of reporters abandoned the mine and descended **27)**..... this gritty provincial capital on Thursday after the world watched in awe the men's' nearly flawless rescue through a narrow hole it **28)**..... a month to drill. A shift foreman at the San Jose mine **29)**..... is close to **30)**..... of the men told The Associated Press they have hired an accountant to track their income from public appearances and equitably distribute it.

26. a) guard b) look after c) hide d) uncover e) tell
27. a) on b) out c) up d) in e) off
28. a) was taking b) had taken c) takes d) will take e) can take
29. a) which b) who c) what d) how e) why
30. a) a bit b) much c) many d) few e) any

Lisez le texte suivant. Complétez chaque blanc avec un des mots ou groupes de mots proposés à la fin du texte. Noircissez ensuite la case correspondant à votre choix sur la grille des réponses.

Bicycle Bombers in Eastern Afghanistan

Suicide bombers on bicycles killed four people and wounded 31 in eastern Afghanistan on Saturday; the latest attacks to underscore the challenges NATO leaders face as they plan an exit **31)**..... the war. One bomber detonated his explosives at a police checkpoint in Mehtar Lam, the provincial capital of Laghman province, with the second **32)**..... several hundred metres away.

The attacks come after a spike in violence over the past week and on the second day of a NATO summit in Lisbon where leaders **33)**..... plans to start handing responsibility for security to Afghans **34)** year and to transfer control of the entire country **35)** the end of 2014.

"We are not sure what the **36)**..... of the second bomber was but we think he may have detonated his explosives prematurely," Azizi said. All of the dead were civilians, and most of the victims **37)**..... in two motorised rickshaws, a common form of transport in rural areas that can carry many passengers.

Taj Mohammad, one of the rickshaw drivers, said he was **38)**..... to the hospital when one of the bombs exploded.

"I had three female passengers and I was taking them to the hospital. When I was near the hospital, I heard a huge **39)** After that I did not know what happened, when I opened my eyes I was at the hospital."

Blood-stained sandals could be seen lying near the blast sites and the windows of nearby shops had been shattered by the explosions. Taliban spokesman Zabihullah Mujahid said a hardline Islamist group **40)** out the attack.

31. a) from b) at c) toward d) on e) towards
32. a) strike b) strikes c) struck d) stricken e) striking
33. a) endorphin b) endorsed c) endowed d) endeared e) end
34. a) the past b) the next c) next d) following e) other
35. a) beyond b) until c) by d) in e) on
36. a) target b) trouble c) tracking d) terror e) try
37. a) rode b) were ridden c) had been riding d) had ridden e) have been riding
38. a) on its way b) in his way c) made his way d) going his way e) on his way
39. a) burst b) bang c) beep d) boo e) burp
40. a) have carried b) carries c) carry d) had carried e) had been carrying

Complétez les phrases à l'aide des mots ou groupes de mots proposés. Noircissez ensuite la case correspondant à votre choix sur la grille de réponses.

41. He said he would take up Bibi's case with President Zardari, has the power to pardon her.

- a) that b) than c) which d) where e) who

42. President Amadou Toure ruled a military operation to free five French hostages.

- a) up b) through c) out d) over e) under

43. Despite a intelligence operation, we have not learnt exactly where the hostages are.

- a) pained b) painstaking c) hurtful d) kidnapped e) inept

44. Some of the chemicals decades ago but "remain in the food chain," said Woodruff

- a) was banned b) have banned c) were to have banned d) banished e) were banned

45. The research team found the developmental patterns of chimpanzee and human brains are remarkably similar after the first year of life, but differ immediately after birth.

- a) many b) much c) marketing d) markedly e) major

46. Rescue teams are searching through the mud and for survivors.

- a) rubble b) rudders c) roubles d) readies e) stubble

47. Almost a quarter of less urgent cases are not assessed the required 60 minutes.

- a) through b) under c) within d) over e) between

48. A French duck farmer has been given a one-month suspended sentence and fined 500 euros after cannabis to his birds.

- a) fed b) feeds c) feeder d) fed up e) feeding

49. The transplant team to thank the pilot of the light aircraft for his bravery.

- a) will like b) would like c) likes d) liked e) has liked

50. The suspect is described as Caucasian, of slim and aged 18 to 19.

- a) body b) shape c) build d) form e) figure

Lisez le texte suivant. Complétez chaque blanc à l'aide des mots ou groupes de mots proposés. Noircissez ensuite la case correspondant à votre choix sur la grille des réponses.

Swimming Trunks' Design Causes Singapore Blushes

The **51)**..... swimming trunks sported by Singapore's men's water polo team at the Asian Games are causing red faces back home in the conservative city-state, with many embarrassed by their design. The trunks display the Singaporean flag's white crescent moon on the front of the red briefs in what has been described as an inappropriate **52)**.....

The design, lambasted by readers of Singapore's Straits Times newspaper as "disgusting," "nauseating" and "disgraceful" among other terms, had not been approved by the country's Ministry of Information, Communication and the Arts, which governs the use of the flag.

The trunks had also left the water polo team red-faced but ultimately powerless to do **53)**.....about it.

"The competition rules state that the trunks **54)**..... at that start of competition and they must be used throughout the tournament," Jose Raymond, the Singapore delegation's head of public relations told Reuters. "The team can't use other trunks."

Raymond said the team were "apologetic if they've offended anyone in any way... they meant the flag no disrespect."

Raymond also confirmed the trunks' design would be **55)**..... upon the team's return home, after local media quoted a Singapore swimming official saying the crescent moon was supposed to be placed "more towards the side."

51. a) skinny b) skimpy c) skimming d) stumpy e) slimy
52. a) wave b) fashion c) pole d) short e) shorts
53. a) something b) nothing c) many things d) anything e) else
54. a) might be present b) can present c) could present d) must be presented
e) will be presented
55. a) twinned b) twirled c) twenty d) twanged e) tweaked

Lisez le texte suivant. Complétez chaque blanc à l'aide des mots ou groupes de mots proposés. Noircissez ensuite la case correspondant à votre choix sur la grille des réponses.

BOOK REVIEW: The Adventures of the Thundering Whale

Quick. Raise your hand if you knew that a dolphin was a whale. Not a lot of hands up, are there? Not even **56)**..... . So I was pleasantly surprised at how **57)**..... I learned while reading The Adventures of the Thundering Whales.

Most of the time I find children's books that anthropomorphize their animal characters lose their ability to teach. An animal (or mammal, or fish, or bird, etc.) cannot **58)**..... human attributes without losing some of their own. But the author, Stephen Vadakin, has spent enough time studying marine life to allow his characters to keep their real life tendencies and reactions as true as possible. For instance, did you know that sperm whale and squid were enemies?

Vadakin not only tells a great tale, with danger and excitement and fully fleshed out characters, he includes a vocabulary lesson at the end of each chapter so that everyone involved knows **59)** plankton, krill, fluke and bioluminescence are.

The lessons of friendship, helping and putting aside ones differences for the greater good are all demonstrated in the tale. The one thing that I found awkward was the use of third person, present tense throughout the story. It took a while to get used to hearing a children's story in the present tense. I also **60)** many more graphics. I suppose this is why I'd like to see this made into a movie. The different characters, while mostly in the whale family, are so distinct that only animation could do it justice.

56. a) my b) mine c) might d) theirs e) its

57. a) much b) more c) many d) most e) moment

58. a) take on b) take up c) take over d) take off e) take

59. a) which b) what c) who d) that e) why

60. a) will have enjoyed b) enjoyed c) would have enjoyed d) enjoy e) will enjoy

Dans le texte ci-dessous une erreur a pu être introduite dans chaque ligne. Choisissez la colonne (a-d) qui correspond à l'emplacement de l'erreur. Noircissez ensuite la case correspondant à votre choix sur la grille de réponses. Si la ligne ne contient aucune erreur, noircissez la case (e).

a) b) c) d)

61.	Traffic noise reduces	bats' ability to locate	their pray, say scientists.	Researchers in Germany
62.	found that road noise	affected the bats' ability to	listen at the rustling sound	of the beetles and spiders
63.	who they feed on. This is	the first study to examine the	impact of traffic on predators	that listen for their prey.
64.	The researchers report that	the same effect could been	true for other acoustic	predators, including owls.
65.	Greater mouse-eareds bats	eat large, ground-running	creatures, such as carabid	beetles, hunting spiders and
66.	centipedes. With they're	remarkably sensitive hearing,	the bats detect and track	down their prey by
67.	listening for the faint rustling	sounds they produce when	walking. The bats are	protected until the
68.	European Habitats directive,	so the scientists aim was	to measure how much any	planned highways might
69.	affect their habitat. To do	this, they set up a flight test.	"Of average it took five	seconds for the bats to
70.	find the right plate," said	Dr. Siemers. But when the	team introduced traffics noise	via more loud speakers,
71.	into the flight room,	the bats' performance declined.	Under the strongly noise	profiles, which mimicked the
72.	sound of a busy highway	just a several metres away,	the bats took an average	of twenty-five seconds to
73.	locate their treat. In quite	half of the trials, the animals	failed to locate the food	entirely. "But even with the
74.	sound of a busy highway	seven and half metres away,	they could still forage," said	Dr. Siemers. "We were
75.	astonished by how well they	coped to the noise, but noticed	that their efficiency was	reduced." Noise levels,
76.	mimicking traffic up to fifty	metres away, affected the bats'	ability to locate a meal.	This mean, the researchers
77.	say, that each highway	"degrades" an area of fifty to	sixty metres of foraging	habitat both side. "It
78.	could not sound like much,"	Dr Siemers said, "but	when you look at the	thousands of kilometres of
79.	highway in a country	like Germany, it adds over	to quite a lot." Town	and Country Planners
80.	have welcomed the research	and have asked the researchers	to suggest solutions to stop	further habitat destruction.

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Session 2013

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



Épreuve facultative de
RUSSE

Durée : 2 heures

Coefficient : Bonus



Ce sujet comporte :
1 page de garde
1 page texte/questions

**L'USAGE DE CALCULATRICES, DE TELEPHONES PORTABLES
OU DE DOCUMENTS PERSONNELS N'EST PAS AUTORISE**

1. Traduire en français

Россия готовит серию перспективных вертолетов¹

60 млрд рублей получит в ближайшие годы отечественное² вертолетостроение. Проблема в том, что сразу несколько классов вертолетов Россия просто не производит³. Россия не может принять участие в международной гонке⁴ по созданию⁵ скоростного вертолета.

По государственной программе развития авиационной промышленности⁶ вертолетостроение в ближайшие 10 лет получит более 60 млрд рублей, в том числе 36,5 млрд из бюджета, а остальное⁷ – из внебюджетных источников.

Как сообщил⁸ в понедельник "Интерфакс"⁹, программа предусматривает¹⁰ финансирование ряда перспективных проектов, способных позволить¹¹ отечественному вертолетостроению сохранить конкурентоспособность¹².

Практически все выпускаемые сейчас машины представляют советское наследие, в той или иной степени¹³ модификаций. На пример платформа Ми-8 (в экспортной версии – Ми-17).

Эта машина, созданная в начале 60-х годов, продолжает пользоваться спросом¹⁴, но вечным¹⁵ такое положение оставаться не¹⁶ может, она не соответствует требованиям сегодняшнего дня.

2. Traduire en russe¹⁷

Le développement de l'industrie de la construction d'hélicoptère sera financé par des ressources budgétaires et extrabudgétaires.

Les machines qui sortent actuellement sont des héritières de l'époque soviétiques et ne correspondent pas aux exigences d'aujourd'hui

3. Question

A l'aide du texte, décrivez en une phrase les moyens financiers alloués au programme de relance de l'industrie de production d'hélicoptères.

¹ Вертолет : hélicoptère, скоростной вертолет : hélicoptère à grande vitesse

² Патриотиче, National

³ Производливо : production, Строительство : construction

⁴ Международная Гонка : course, compétition internationale

⁵ Созданке : création

⁶ Промышленность : industrie

⁷ Le reste

⁸ Сообщить : communiquer

⁹ L'agence Interfax, équivalent de l'Agence France Presse

¹⁰ Prévoit

¹¹ Permettre

¹² Способность : capacité

¹³ Degré

¹⁴ Répondre à la demande

¹⁵ Éternellement

¹⁶ Conserver

¹⁷ Le vocabulaire à employer est issu du texte en russe.

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Session 2013

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



Épreuve facultative
d'ESPAGNOL

Durée : 2 heures

Coefficient : Bonus



Ce sujet comporte :

1 page de garde

2 pages de texte/questions recto/verso

**L'USAGE DE CALCULATRICES, DE TELEPHONES PORTABLES
OU DE DOCUMENTS PERSONNELS N'EST PAS AUTORISE**

Felix Baumgartner salta desde más de 39.000 metros de altura

• AGENCIAS. 14.10.2012 - 20.12h

Felix Baumgartner se convirtió en el primer hombre en saltar desde más de **39.000 metros de altura** después de más de dos horas de ascenso en un globo de 0,002 centímetros de grosor. El paracaidista austríaco logró **romper la barrera del sonido** tras efectuar un salto desde la estratosfera sobre el estado de Nuevo México.

Ha logrado controlar el descenso y evitar caer en barrena, lo que **le podría haber llevado a perder la consciencia** o sufrir una hemorragia cerebral en caso de girar de forma descontrolada. Cuando uno está de pie en la cima del mundo, se es demasiado humilde como para pensar en los récords. Según ha indicado en la rueda de prensa posterior, se ha convertido este domingo en el primer hombre en atravesar la barrera del sonido (1.224 kilómetros por hora) sin ayuda mecánica, al alcanzar velocidades de 1.342 kilómetros

La caída libre ha sido de **cuatro minutos y 19 segundos**. En total ha requerido unos **16 minutos en tocar suelo** en un aterrizaje perfecto en paracaídas tras lanzarse al vacío dentro de su traje presurizado, que le protegió de la baja presión y las bajas temperaturas.

"A veces tenemos que **llegar muy alto para ver lo pequeños que somos**", declaró el deportista en una rueda de prensa al conocer su récord. "Cuando uno está de pie en la cima del mundo, se es demasiado humilde como para pensar acerca de los récords", agregó.

Violencia del descenso

"Ha sido más difícil de los que todos nos esperábamos", declaró en exclusiva en su primera entrevista a la televisión austríaca *Servus*, propiedad del patrocinador del proyecto. "**Durante unos segundos pensé que iba a perder el sentido**", agregó, debido a la violencia de la caída por la velocidad de 1.173 kilómetros hora que alcanzó en los primeros 40 segundos. "Estás bajo presión, no sientes el aire", declaró.

Desde el punto de vista de la consciencia, siempre he sabido lo que sucedía. A pesar de esos momentos críticos Baumgartner no quiso abrir un paracaídas especial para estabilizar el descenso y dijo que **siempre supo lo que estaba sucediendo** durante la caída. "Desde el punto de vista de la consciencia, siempre he sabido lo que sucedía", dijo.

Félix Baumgartner esta desde más de 32.000 metros de altura

AGENCIAS - 14/10/2012 - 20:12h

Responder a las preguntas siguientes:

- 1) ¿ En qué consiste el salto de Félix Baumgartner ? (5 puntos).
- 2) ¿ Cuáles fueron sus sensaciones y miedos ? (5 puntos).
- 3) Traducir los dos primeros párrafos desde " Félix Baumgartner se convirtió en el primer hombre " hasta " al alcanzar velocidades de 1.342 kilómetros ".
- 4) Escribir en letras los números siguientes (5 puntos).

1567, 24 567, 78 978, 45 999 y 2 568 987.

Violencia del descenso

"El salto más difícil de los que he realizado en mi vida", declaró el saltador austriaco, "después de haber estado en el primer descenso a la estación turística de Garmisch-Partenkirchen del proyecto. Durante una semana pensé que iba a perder el sentido", agregó, debido a la violencia de la caída por la velocidad de 1.170 kilómetros por hora que alcanzó en los primeros 40 segundos. "Falta poco para un récord", declaró.

Desde el punto de vista de la experiencia, siempre he sentido lo que sucede a pesar de estar acostumbrado a los riesgos. Baumgartner no quiso estar un momento separado para estabilizar el descenso y dijo que siempre sabe lo que está sucediendo durante la caída. "Desde el punto de vista de la experiencia, siempre he sentido lo que sucede", dijo.

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Session 2013

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



Épreuve facultative
d'ITALIEN

Durée : 2 heures

Coefficient : Bonus



Ce sujet comporte :

1 page de garde

2 pages de texte/questions

**L'USAGE DE CALCULATRICES, DE TELEPHONES PORTABLES
OU DE DOCUMENTS PERSONNELS N'EST PAS AUTORISE**

SAREI RIMASTO MA A NAPOLI NON MI PAGAVANO

« Un giovane su tre vorrebbe emigrare ». La frase pronunciata dal presidente dell'Istat Enrico Giovannini è la conclusione più logica, prima ancora che la più amara, di due giorni di « Seminars » organizzati nell'isola di San Clemente a Venezia da Aspen Italia.

I giovani dai 18 ai 35 anni sono 12 milioni di italiani che stanno pensando seriamente di lasciare il Paese. Per altro, secondo le ultime cifre disponibili, due milioni lo hanno già fatto nel 2010 .

Pasquale Pugliese, 35enne napoletano, laurea in lingue spagnole e portoghesi, è oggi proprietario e gestore di un ristorante a Bordeaux ... Vicino al Fiume, troverete un « ape-bar » di successo chiamato « Perditempo » in italiano.

Ora Pasquale si definisce "estremamente contento e soddisfatto". Ma non è che la partenza sia avvenuta a cuor leggero. « Se devo valutare dalle mie conoscenze, racconta Pasquale, sono ormai in molti quelli che partono, mentre quei pochi che rimangono a Napoli hanno situazioni estremamente precarie. La partenza è una scelta che ti viene imposta dalle condizioni.

Io ho provato a rimanere. Lavoravo e non mi pagavano. Bisogna quasi ringraziare il tuo datore di lavoro se ti paga a fine mese ».

L'immigrazione dal Sud non è certo un fenomeno nuovo in Italia. Anche quella interna. « Noi siamo 3 fratelli. Uno è stato 15 anni a Milano e ora ha tentato il rientro. Un altro vive in provincia di Ravenna. Ma ho amici a Londra, Barcelona. Ormai è quasi un percorso obbligato, dopo l'università sai che devi partire. Nel mio ristorante a Bordeaux ci sono i classici cervelli in fuga italiani che vengono a lavorare negli ospedali in Francia dove sono pagati di più, le condizioni sono migliori e sono più gratificati. In Italia mi sembrava di essere tornato un po' a quello che faceva mio nonno che pagava il suo datore per imparare il mestiere. Ma il lavoro non è « prostituzione », uno lo fa per realizzarsi dal punto di vista professionale e anche economico ».

Insomma per Pasquale, il cambio era l'unica opzione. E non si era certo tirato indietro a Napoli : insegnamento delle lingue, impegno nell'associazione Anticamorra, dedizione al progetto « Chance » per reinserire nel circuito scolastico i bambini che per mille difficoltà ne sono usciti . « Ho rasentato la depressione. Obbligato a vivere con i genitori senza stipendio. »

Il caso decide e si presenta sotto forma di un progetto europeo vinto per promuovere la cultura campana all'estero. Solo 4 mesi, poi il rientro a Napoli e infine : « Me lo ricordo ancora 5 anni fa, il 14 novembre 2007 riparto con un biglietto di sola andata ». Destinazione Bordeaux senza paracadute di emergenza. « All'inizio, ho lavorato anche al porto, pulivo i container ». E in futuro ? Vorrei anche tornarmene a Napoli. Per me è una parentesi anche se

poi potrebbe durare 40 anni. Qui la qualità della vita è ottima. Ma la « quantità », cioè il colore della gente, i rumori et i suoni sono un'altra cosa. A Napoli vivi sul palcoscenico, qui vivi in platea. Come diceva Edoardo De Filippo : « chi nasce a Napoli e lì che vuole morire ».

Massimo SIDERI (Corriere della Sera , Ottobre 2012)

1) TRADURRE :

Da « Il caso decide » fino a « ...che vuole morire » : ultimo paragrafo.

2) DOMANDE :

- Quali motivi hanno costretto Pasquale Pugliese a partire all'estero ?
- Quali qualità devono avere questi giovani italiani che decidono di emigrare ?
- Si parla spesso di « cervelli in fuga », pensi anche tu che sia oggi, per molti studenti un « percorso obbligato dopo l'università ? »
- Potrebbe questo spostamento di giovani permettere di meglio conoscere gli altri paesi d' Europa e così contribuire a una maggiore unità europea ?
- Commenta la frase : « A Napoli vivi sul palcoscenico, qui vivi in platea. »

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Session 2013

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



Épreuve facultative
d'ALLEMAND

Durée : 2 heures

Coefficient : Bonus



Ce sujet comporte :

1 page de garde
1 page de texte/questions

**L'USAGE DE CALCULATRICES, DE TELEPHONES PORTABLES
OU DE DOCUMENTS PERSONNELS N'EST PAS AUTORISE**

Erbe der Menschheit

Mythen und Legenden, sakrale Architektur und Kunstwerke großer Meister, Spuren vergangener Kulturen . . . In einer Welt, die sich immer schneller dreht, wo jeder der Zeit nachrennt, droht die Vergangenheit in Vergessenheit zu geraten. So heißt es, das Schönste, was Menschen und Natur uns hinterlassen haben zu schützen: Objekte der Vergangenheit sollen für künftige Generationen bewahrt werden. Viele Naturphänomene und menschliche Kulturkreationen sind einzigartig und schützenswert.

Das UNESCO Komitee, das sich um das Weltkulturerbe kümmert, wurde 1972 gegründet trifft sich einmal im Jahr, diskutiert die Anträge der einzelnen Länder und entscheidet über die Wahl der einzelnen Stätten. Manchmal kommt ein Denkmal auf die "Rote Liste des Weltkulturerbes" weil es von Krieg, Naturkatastrophen oder anderen Dingen bedroht wird. Dann ist es besonders dringend es zu retten. Der Kölner Dom war wegen Bauplänen einst auf dieser roten Liste, wurde danach aber wieder davon entfernt, nachdem die Stadt die Pläne änderte.

Verliehen wird der Titel „Welterbe“ an gewisse Stätte, die besonders einzigartig und authentisch sind. Die Liste in Deutschland ist lang und beeindruckend: 37 Welterbestätten der UNESCO kann Deutschland inzwischen stolz aufweisen. Wer sie alle ansehen möchte, plant am Besten einen ganzen Sommerurlaub: quer durch das Land heißt es zu fahren, die 37 Stätte sind nämlich verstreut von Westen nach Osten, aus dem Norden in Richtung Süden – oder umgekehrt ! An manchen Stätten kann man besonders gut die Effekte der Erdentwicklung oder der Entwicklung des Lebens ablesen, andere Orte weisen eine große Vielfalt an Pflanzen und Tieren auf. Sehenswert sind sie alle.

Glossar

Kunstwerk – chef d'oeuvre

einzigartig – unique

Denkmal – monument

- **Traduisez le paragraphe 3 (8 points)**
- **Faites un bref résumé en allemand du texte -80 mots maximum - (8 points)**
- **Répondez en deux phrases : Wie wichtig ist das Welterbe für Sie? (4 points)**



Ecole Nationale de l'Aviation Civile

7 avenue Edouard Belin

CS 54005

31055 Toulouse cedex 4

Tél. +33 (0) 5 62 17 40 00



La référence aéronautique

www.enac.fr

